$\frac{53(075)}{GD \quad 04}$ 1752/331-03

Mã số: TXL07t4-CNH

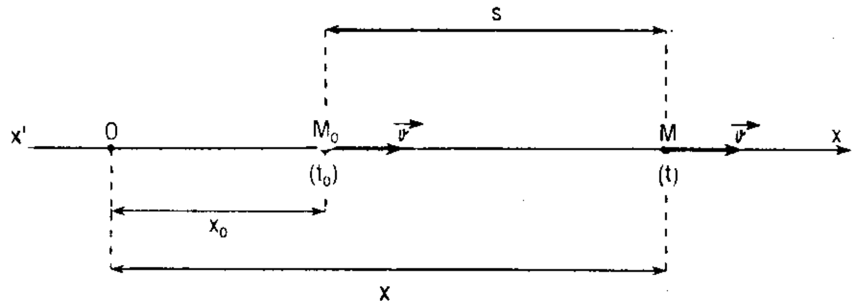
PHẦN THỨ NHẤT

ĐỘNG HỌC

§1. CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỀU

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Các phương trình của chuyển động thẳng đều :



– Tọa độ : $\boxed{\mathbf{x = v(t - t_0) + x_0}}$

– Đường đi : $\boxed{\mathbf{s = v(t - t_0)}}$

– Vận tốc : $\boxed{\mathbf{v = const}}$

GHI CHÚ :

- Nếu chọn các điều kiện đầu sao cho $\begin{cases} t_0 = 0 \\ x_0 = 0 \end{cases}$ ta có :

$$\mathbf{x = s = vt}$$

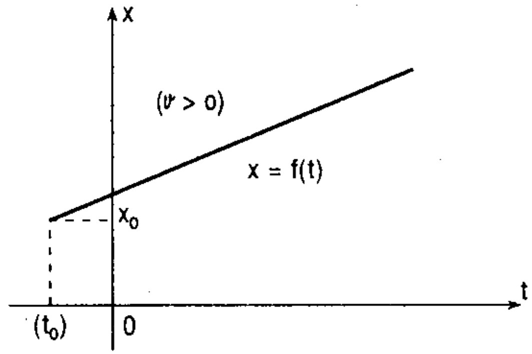
- **v** > 0 nếu chọn chiều dương là *chiều chuyển động.*
  v < 0 nếu chọn chiều dương *ngược chiều chuyển động.*

II. Đồ thị của chuyển động :

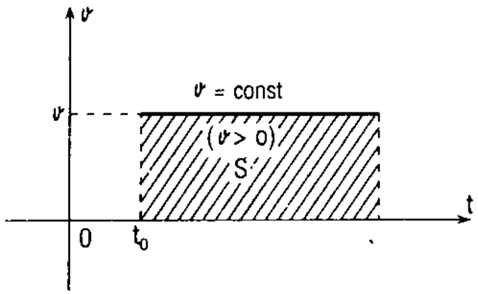
– Đồ thị tọa độ theo thời gian :

Đồ thị là *nửa đường thẳng* :

- có độ dốc (hệ số góc) là **v**
- giới hạn bởi điểm (x_0, t_0).



– Đồ thị vận tốc theo thời gian :



Đồ thị là *nửa đường thẳng* :

- song song với trục thời gian
- giới hạn bởi điểm t_0.

GHI CHÚ :

Trên đồ thị vận tốc, đường đi s được biểu diễn bởi diện tích S.

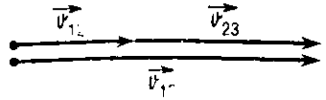
III. Công thức cộng vận tốc (đổi vận tốc theo hệ quy chiếu) :

$$\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$$

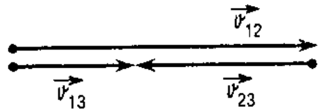
Các trường hợp đặc biệt :

- *Các vectơ vận tốc cùng phương, cùng chiều :*

$$v_{13} = v_{12} + v_{23}$$



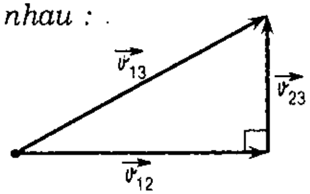
- *Các vectơ vận tốc cùng phương, ngược chiều :*



$$v_{13} = v_{12} - v_{23} \quad (v_{12} > v_{23})$$

- *Các vectơ vận tốc vuông góc với nhau :*

$$v_{13} = \sqrt{v_{12}^2 + v_{23}^2}$$



B. GIẢI TOÁN

BÀI TOÁN 1

Bài toán về quãng đường đi

■ Phương pháp :

– *Chọn chiều dương là chiều chuyển động. Nếu có nhiều vật chuyển động, có thể chọn chiều dương riêng cho mỗi vật.*

– *Áp dụng phương trình* **s = vt** *theo điều kiện của đề để giải quyết bài toán.*

Thí dụ 1.1

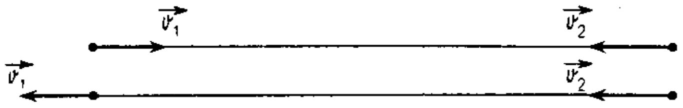
Hai xe chuyển động thẳng đều trên cùng một đường thẳng với các vận tốc không đổi.

– Nếu đi ngược chiều thì sau 15 phút khoảng cách giữa hai xe *giảm* 25km.

– Nếu đi cùng chiều thì sau 15 phút khoảng cách giữa hai xe chỉ *giảm* 5km.

Tính vận tốc của mỗi xe.

GIẢI



– Chọn chiều dương là chiều chuyển động của mỗi xe. Quãng đường mỗi xe đi được trong thời gian t là s = vt.

– Theo đề :

$$\begin{cases} s_1 + s_2 = (v_1 + v_2)t_1 & \Rightarrow \dfrac{v_1 + v_2}{4} = 25 \\ s_2 - s_1 = (v_2 - v_1)t_2 & \Rightarrow \dfrac{v_2 - v_1}{4} = 5 \end{cases}$$

Vậy : $v_1 + v_2 = 100$

$v_2 - v_1 = 20$

Suy ra : $v_1 = 40km/h;\ v_2 = 60km/h$

Thí dụ 1.2

Hai xe chuyển động thẳng đều từ A đến B cách nhau 60km. Xe (I) có vận tốc 15km/h và đi *liên tục* không nghỉ. Xe (II) khởi hành *sớm hơn 1 giờ* nhưng dọc đường phải ngừng 2 giờ.

Hỏi xe (II) phải có vận tốc nào để tới B cùng lúc với xe (I) ?

GIẢI

– Chọn chiều dương là chiều chuyển động. Hệ thức liên hệ giữa quãng đường và thời gian chuyển động là :

$$s = vt$$

– Thời gian chuyển động của xe (I) từ A tới B là :

$$t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{60}{15} = 4 \text{ (giờ)}$$

Để tới B cùng lúc, thời gian chuyển động của xe (II) phải là :

$$t_2 = t_1 + 1 - 2 = 3 \text{ (giờ)}$$

Suy ra vận tốc của xe (II) :

$$v_2 = \frac{s}{t_2} = \frac{60}{3} = 20\ (km/h)$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

1.3 Năm 1946 người ta đo khoảng cách Trái Đất – Mặt Trăng bằng kĩ thuật phản xạ sóng radar. Tín hiệu radar phát đi từ Trái Đất truyền với vận tốc $c = 3.10^8$m/s phản xạ trên bề mặt của Mặt Trăng và trở lại Trái Đất. Tín hiệu phản xạ được ghi nhận sau 2,5s kể từ lúc truyền. Coi Trái Đất và Mặt Trăng có dạng hình cầu bán kính lần lượt là $R_Đ$ = 6400km và R_T = 1740km.

Hãy tính khoảng cách d giữa hai tâm.

ĐS : 383140km

(GHI CHÚ : Nhờ các thiết bị phản xạ tia laser do các phi hành gia đặt trên Mặt Trăng, ngày nay dùng tia laser, người ta đo được khoảng cách này với độ chính xác tới centimet).

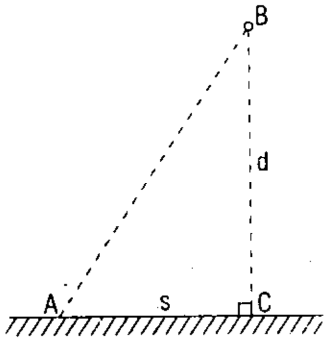
1.4 Một canô rời bến chuyển động thẳng đều. Thoạt tiên, canô chạy theo hướng Nam – Bắc trong thời gian 2 phút 40 giây rồi tức thì rẽ sang hướng Đông – Tây và chạy thêm 2 phút với vận tốc như trước và dừng lại. Khoảng cách từ nơi xuất phát tới

nơi dừng là 1km.

Tính vận tốc của canô.

ĐS : 18km/h

1.5*



Một người đứng tại A trên một bờ hồ. Người này muốn tới B trên mặt hồ *nhanh nhất*.

Cho các khoảng cách như trên hình vẽ. Biết rằng người này có thể chạy thẳng dọc theo bờ hồ với vận tốc v_1 và bơi thẳng với vận tốc v_2. Hãy xác định cách mà người này phải theo :

– hoặc bơi thẳng từ A đến B.

– hoặc chạy dọc theo bờ hồ một đoạn rồi sau đó bơi thẳng tới B

ĐS : * $s \le \dfrac{dv_2}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}$: bơi thẳng từ A đến B

* $s > \dfrac{dv_2}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}$: chạy đoạn $s - \dfrac{dv_2}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}$

1.6* Hai tàu A và B cách nhau một khoảng cách a đồng thời chuyển động thẳng đều với cùng độ lớn v của vận tốc từ hai nơi trên một bờ hồ thẳng.

Tàu A chuyển động theo hướng vuông góc với bờ trong khi tàu B luôn luôn hướng về tàu A. Sau một thời gian đủ lâu, tàu B và tàu A chuyển động trên cùng một đường thẳng nhưng cách nhau một khoảng không đổi.

Tính khoảng cách này.

ĐS : $d = \dfrac{a}{2}$

Bài có dấu * dành cho lớp *Chuyên Lí*

BÀI TOÁN 2

Định thời điểm và vị trí gặp nhau của các vật chuyển động

■ **Phương pháp :**

– *Chọn* chiều dương, gốc tọa độ, gốc thời gian. *Suy ra vận tốc các vật và điều kiện ban đầu.*

– *Áp dụng phương trình tổng quát để lập phương trình chuyển động của mỗi vật :*

$$x = v(t - t_0) + x_0$$

– *Khi hai vật gặp nhau, tọa độ của hai vật bằng nhau :*

$$x_2 = x_1$$

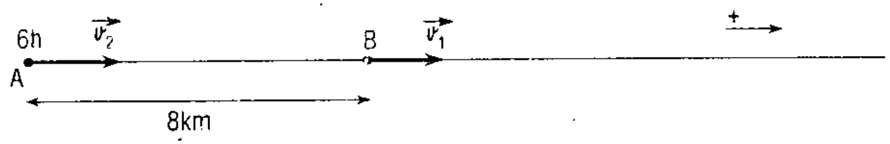
– *Giải phương trình trên để tìm thời gian và tọa độ gặp nhau.*

Thí dụ 2.1

Lúc 6 giờ sáng một người đi xe đạp đuổi theo một người đi bộ đã đi được 8km. Cả hai chuyển động thẳng đều với các vận tốc 12km/h và 4km/h.

Tìm vị trí và thời gian người đi xe đạp đuổi kịp người đi bộ.

GIẢI



– Chọn : * chiều dương là chiều chuyển động.

* gốc tọa độ là vị trí của người đi xe đạp lúc 6h.

* gốc thời gian : 6 giờ sáng.

Ta có : $\begin{cases} v_1 = 4km/h \\ t_{01} = 0 \\ x_{01} = 8km \end{cases}$ $\begin{cases} v_2 = 12km/h \\ t_{02} = 0 \\ x_{02} = 0 \end{cases}$

Các phương trình chuyển động :

$$\begin{cases} x_1 = 4t + 8 \text{ (km)} \\ x_2 = 12t \text{ (km)} \end{cases}$$

– Khi gặp nhau : $x_2 = x_1$

hay : $12t = 4t + 8$

$t = \mathbf{1(h)}$

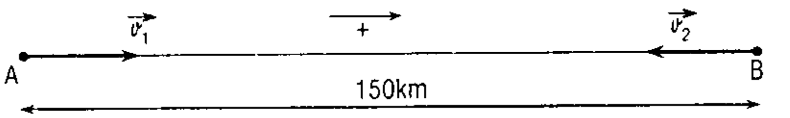
Suy ra : $x_1 = x_2 = 12 . 1 = \mathbf{12(km)}$

Vậy người đi xe đạp đuổi kịp người đi bộ ở thời điểm t = 1h (tức lúc 7 giờ) tại nơi cách vị trí khởi hành 12km.

Thí dụ 2.2

> Hai ôtô chuyển động thẳng đều hướng về nhau với các vận tốc 40km/h và 60km/h. Lúc 7h sáng, hai xe cách nhau 150km.
>
> Hỏi hai ôtô sẽ gặp nhau lúc mấy giờ ? ở đâu ?

GIẢI



– Chọn : * gốc tọa độ là vị trí của xe (1) lúc 7h.

* chiều dương là chiều chuyển động của xe (1).

* gốc thời gian là lúc 7h.

Ta có : $\begin{cases} v_1 = 40km/h \\ t_{01} = 0 \\ x_{01} = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} v_2 = -60km/h \\ t_{02} = 0 \\ x_{02} = 150km \end{cases}$

Các phương trình chuyển động :

$$\begin{cases} x_1 = 40t \text{ (km)} \\ x_2 = -60t + 150 \text{ (km)} \end{cases}$$

– Khi hai xe gặp nhau :

$$x_2 = x_1$$

$$-60t + 150 = 40t$$

Suy ra : $t = \mathbf{1{,}5h}$; $x_2 = x_1 = \mathbf{60km}$

Vậy hai xe gặp nhau lúc 8h30 tại nơi cách vị trí chọn làm gốc tọa độ 60km.

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

2.3 Một xe khởi hành từ A lúc 9h để về B theo chuyển động thẳng đều với vận tốc 36km/h. Nửa giờ sau, một xe đi từ B về A với vận tốc 54km/h. Cho AB = 108km.

Xác định lúc và nơi hai xe gặp nhau.

ĐS : ***10h30; 54km.***

2.4 Lúc 7 h có một xe khởi hành từ A chuyển động về B theo chuyển động thẳng đều với vận tốc 40km/h. Lúc 7h30 một xe khác khởi hành từ B đi về A theo chuyển động thẳng đều với vận tốc 50km/h. Cho AB = 110km.

a) Xác định vị trí của mỗi xe và khoảng cách giữa chúng lúc 8h và lúc 9h.

b) Hai xe gặp nhau lúc mấy giờ ? ở đâu ?

ĐS : a) Cách A ***40km, 85km; 45km.***
Cách A ***80km, 35km; 45km***
b) 8h30; cách A ***60km.***

2.5 Lúc 8h một người đi xe đạp với vận tốc đều 12km/h gặp một người đi bộ đi ngược chiều với vận tốc đều 4km/h trên cùng đoạn đường thẳng.

Tới 8 giờ 30 phút người đi xe đạp dừng lại, nghỉ 30 phút rồi quay trở lại đuổi theo người đi bộ với vận tốc có độ lớn như trước.

Xác định lúc và nơi người đi xe đạp đuổi kịp người đi bộ.

ĐS : *10 giờ 15 phút;*
cách chỗ gặp trước *9km.*

BÀI TOÁN 3

Vẽ đồ thị của chuyển động.
Dùng đồ thị để giải bài toán về chuyển động.

■ Phương pháp :

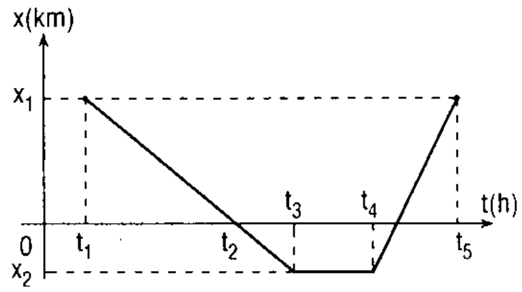
– Vẽ đồ thị của chuyển động :

  * *Dựa vào phương trình, xác định hai điểm của đồ thị. Lưu ý giới hạn.*
  * *Xác định điểm biểu diễn điều kiện ban đầu và vẽ đường thẳng có độ dốc bằng vận tốc.*

– Đặc điểm của chuyển động theo đồ thị :

  * *Đồ thị hướng lên : $v > 0$ (vật chuyển động theo chiều dương); Đồ thị hướng xuống : $v < 0$ (vật chuyển động ngược chiều dương).*
  * *Hai đồ thị song song : hai vật có cùng vận tốc.*
  * *Hai đồ thị cắt nhau : giao điểm cho biết lúc và nơi hai vật gặp nhau.*
  * *Đồ thị của hai chuyển động xác định trên trục x và trục t khoảng cách và khoảng chênh lệch thời gian của hai chuyển động.*

Thí dụ 3.1



Một vật chuyển động có đồ thị tọa độ theo thời gian như hình bên.

Hãy suy ra các thông tin của chuyển động trình bày trên đồ thị.

GIẢI

– Vật chuyển động thẳng đều với vận tốc $|v_1| = \dfrac{x_1}{t_2 - t_1}$ từ nơi có tọa độ x_1 vào lúc t_1, ngược chiều dương.

– Vào lúc t_2 vật tới vị trí chọn làm gốc tọa độ và tiếp tục chuyển động theo chiều cũ tới khi đạt vị trí có tọa độ x_2 ở thời điểm t_3.

– Vật ngừng ở vị trí có tọa độ x_2 từ thời điểm t_3 đến thời điểm t_4.

– Sau đó vật chuyển động thẳng đều theo chiều dương với vận tốc $|v_2| = \dfrac{x_1 - x_2}{t_5 - t_4}$ và trở lại vị trí xuất phát ở thời điểm t_5.

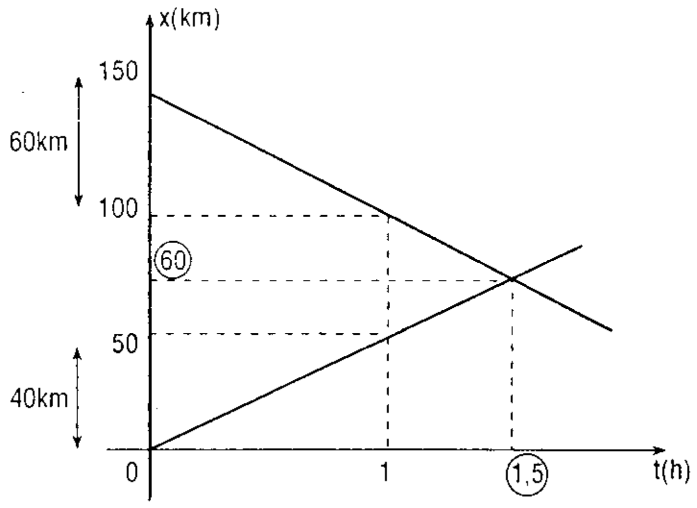
Ta có $|v_2| > |v_1|$.

Thí dụ 3.2

Giải lại bài tập của thí dụ 2.2 bằng phương pháp đồ thị.

GIẢI

– Theo các dữ kiện của bài toán ta vẽ được các đồ thị như sau :



– Từ tọa độ giao điểm ta suy ra :

- Thời điểm gặp nhau : ***1,5h***
- Nơi gặp nhau có tọa độ : ***60km***

Thí dụ 3.3

Lúc 9h một ôtô khởi hành từ TP Hồ Chí Minh chạy về hướng Long An với vận tốc đều 60km/h. Sau khi đi được 45 phút, xe dừng 15 phút rồi tiếp tục chạy với vận tốc đều như lúc đầu.

Lúc 9h30 một ôtô thứ hai khởi hành từ TP Hồ Chí Minh đuổi theo xe thứ nhất. Xe thứ hai có vận tốc đều 70km/h.

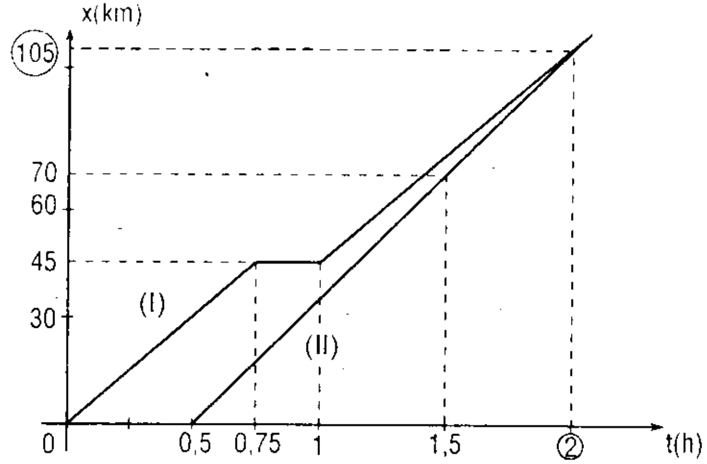
a) Vẽ đồ thị tọa độ theo thời gian của mỗi xe.

b) Xác định nơi và lúc xe sau đuổi kịp xe đầu.

GIẢI

a) *Đồ thị :*

Chọn hệ quy chiếu, gốc thời gian và tỉ xích thích hợp, theo các dữ liệu của đề bài, ta vẽ được các đồ thị sau đây của hai chuyển động :



b) *Hai xe gặp nhau :*

Tọa độ giao điểm của hai đồ thị cho :

- Thời điểm gặp nhau : t = ***2h*** (lúc ***11h***)
- Nơi gặp nhau : tọa độ ***105km.***

Thí dụ 3.4

Giữa hai bến sông cách nhau 20km theo đường thẳng có một đoàn ghe máy phục vụ chở khách. Khi xuôi dòng từ A đến B vận tốc ghe là 20km/h; khi ngược dòng từ B về A vận tốc ghe là 10km/h. Ở mỗi bến cứ 20 phút lại có một ghe xuất phát. Khi tới bến mỗi ghe ngừng 20 phút rồi quay về.

a) Cần bao nhiêu ghe cho đoạn sông ?

b) Một ghe khi đi từ A đến B gặp bao nhiêu ghe ? khi đi từ B về A gặp bao nhiêu ghe ?

GIẢI

a) *Số ghe cần :*

Ta dùng phương pháp đồ thị.

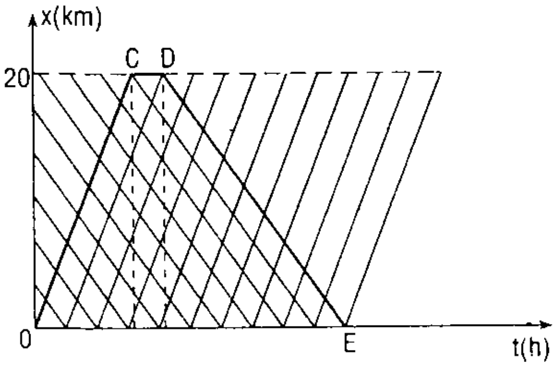
– Thời gian xuôi dòng : $t_1 = \frac{20}{20} = \mathit{1h}$

– Thời gian ngược dòng : $t_2 = \frac{20}{10} = \mathit{2h}$

Suy ra đồ thị tọa độ theo thời gian của một ghe như sau : (xem hình sau).

Thời gian để một ghe đi, về biểu diễn bởi đoạn OE.

Số ghe cần thiết là số ghe xuất phát từ A trong khoảng thời gian này.



Có 10 khoảng 20 phút trong đoạn OE. Vậy số ghe cần thiết là :

N = 10 + 1 = ***11 ghe***

b) *Số lần gặp :*

Đồ thị của lượt đi là những đoạn thẳng song song và bằng OC, cách đều nhau 20 phút.

Đồ thị của lượt về là những đoạn thẳng song song và bằng DE, cũng cách đều nhau 20 phút.

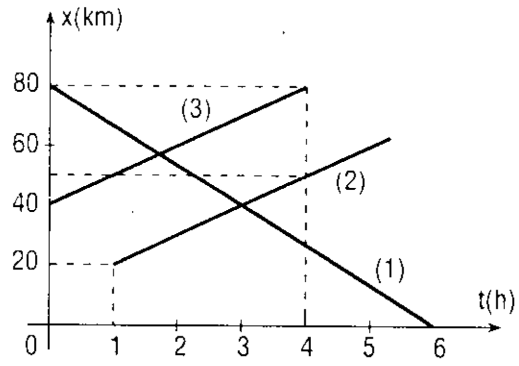
Xét đồ thị đi và về của một ghe. Giao điểm của đồ thị này với những đoạn thẳng song song nói trên cho biết số ghe gặp dọc đường

Ta có số ghe gặp lượt đi cũng như lượt về là :

N' = ***8 ghe***

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

3.5 Chuyển động của ba xe (1), (2), (3) có các đồ thị tọa độ – thời gian như hình bên.



a) Nêu đặc điểm chuyển động của mỗi xe.

b) Lập phương trình chuyển động của mỗi xe.

c) Xác định vị trí và thời điểm gặp nhau bằng đồ thị. Kiểm tra lại bằng phép tính.

3.6 Giữa hai bến sông A, B có hai tàu chuyển thư chạy thẳng đều. Tàu đi từ A chạy xuôi dòng, tàu đi từ B ngược dòng. Khi gặp nhau và chuyển thư, mỗi tàu tức thì trở lại bến xuất phát.

Nếu khởi hành cùng lúc thì tàu từ A đi và về mất 3 giờ, tàu từ B đi và về mất 1 giờ 30 phút.

Hỏi nếu muốn thời gian đi và về của hai tàu bằng nhau thì tàu từ A phải khởi hành trễ hơn tàu từ B bao lâu ?

Cho biết :

– Vận tốc mỗi tàu đối với nước như nhau và không đổi lúc đi cũng như lúc về.

– Khi xuôi dòng, vận tốc dòng nước làm tàu chạy nhanh hơn; khi ngược dòng, vận tốc dòng nước làm tàu chạy chậm hơn.

a) Giải bài toán bằng đồ thị.

b) Giải bài toán bằng phương trình.

ĐS : *45 phút.*

3.7 Hằng ngày có một xe hơi đi từ nhà máy tới đón một kĩ sư tạ trạm đến nhà máy làm việc.

Một hôm, viên kĩ sư tới trạm sớm hơn 1 giờ nên anh đi bớ hướng về nhà máy. Dọc đường anh ta gặp chiếc xe tới đón mình và cả hai tới nhà máy sớm hơn bình thường 10 phút.

Coi các chuyển động là thẳng đều có độ lớn vận tốc nhất định hãy tính thời gian mà viên kĩ sư đã đi bộ từ trạm tới khi gặp xe.

ĐS : *55 phút.*

3.8* Ba người đang ở cùng một nơi và muốn cùng có mặt tại mộ sân vận động cách đó 48km. Đường đi thẳng. Họ có một chiế xe đạp chỉ có thể chở thêm một người. Ba người giải quyế bằng cách hai người đi xe đạp khởi hành cùng lúc với ngườ đi bộ; tới một vị trí thích hợp, người được chở bằng xe đạ xuống xe đi bộ tiếp, người đi xe đạp quay về gặp người đi bớ từ đầu và chở người này quay ngược trở lại.

Ba người đến sân vận động cùng lúc.

a) Vẽ đồ thị của các chuyển động. Coi các chuyển động là thẳng đều và vận tốc có độ lớn không đổi là 12km/h khi đi xe đạp 4km/h khi đi bộ.

b) Tính sự phân bố thời gian và quãng đường.

ĐS : b) *2 giờ 40 phút; 4 giờ. 32km; 16*

BÀI TOÁN 4

Đổi hệ quy chiếu để nghiên cứu chuyển động thẳng đều

■ **Phương pháp :**

– *Chọn hệ quy chiếu thích hợp.*

– *Áp dụng công thức cộng vận tốc để xác định vận tốc của vật trong hệ quy chiếu đã chọn.*

* *Nếu chuyển động cùng phương : các vận tốc cộng vào nhau hay trừ đi nhau.*
* *Nếu chuyển động khác phương : dựa vào giản đồ vectơ và các tính chất hình học hay lượng giác.*

– *Lập các phương trình theo đề bài để tìm ẩn của bài toán.*

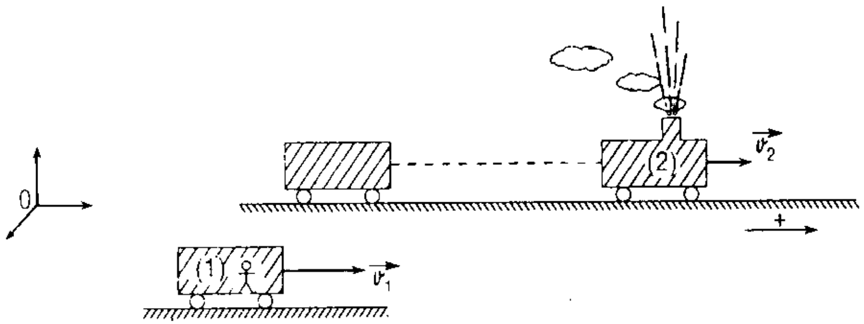
Thí dụ 4.1

Một hành khách trên toa xe lửa chuyển động thẳng đều với vận tốc 54km/h quan sát qua khe cửa thấy một đoàn tàu khác chạy cùng phương cùng chiều trên đường sắt bên cạnh.

Từ lúc nhìn thấy điểm cuối đến lúc nhìn thấy điểm đầu của đoàn tàu mất 8s. Đoàn tàu mà người này quan sát gồm 20 toa, mỗi toa dài 4m.

Tính vận tốc của nó. (Coi các toa sát nhau).

GIẢI



– Chọn (2) làm hệ quy chiếu. Trong chuyển động tương đối của (1) đối với (2), vật đi được quãng đường l = 20 . 4 = 80 (m) trong 8s.

– Ta có : $\vec{v}_{12} = \vec{v}_{10} + \vec{v}_{02} = \vec{v}_1 + (-\vec{v}_2)$

Suy ra : $v_{12} = (v_1 - v_2)$

– Theo đề : $v_{12} = \frac{l}{t} \Rightarrow v_1 - v_2 = \frac{l}{t}$

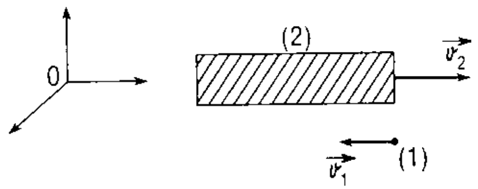
Vậy : $v_2 = v_1 - \frac{l}{t} = 15 - \frac{80}{8} = 5m/s =$ ***18km/h***

Thí dụ 4.2

Một đoàn xe cơ giới có đội hình dài 1500m hành quân với vận tốc 40km/h. Người chỉ huy ở xe đầu trao cho một chiến sĩ đi mô tô một mệnh lệnh chuyển xuống xe cuối. Chiến sĩ ấy đi và về với cùng một vận tốc và hoàn thành nhiệm vụ trở về báo cáo mất một thời gian 5 phút 24s.

Tính vận tốc của chiến sĩ đi mô tô.

GIẢI



– Chọn (2) làm hệ quy chiếu. Trong chuyển động tương đối của (1) đối với (2), vật đi được quãng đường l = 1500m lượt đi cũng như lượt về.

Ta có : $\vec{v}_{12} = \vec{v}_{10} + \vec{v}_{02} = \vec{v}_1 + (-\vec{v}_2)$

– Chọn chiều dương là chiều chuyển động của (1) ta có độ lớn của vận tốc tương đối :

$$\begin{cases} (v_{12})_{đi} = (v_1 + v_2) \\ (v_{12})_{về} = (v_1 - v_2) \end{cases}$$

– Theo đề bài ta suy ra :

$$\frac{l}{v_1 + v_2} + \frac{l}{v_1 - v_2} = 5 \text{ phút } 24s$$

hay : $$1,5\left[\frac{1}{v_1 + 40} + \frac{1}{v_1 - 40}\right] = \frac{9}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_1^2 - 1600} = \frac{3}{100}$$

Vậy : $3v_1^2 - 100v_1 - 4800 = 0$

Vận tốc v_1 là nghiệm dương của phương trình bậc hai :

$$3x^2 - 100x - 4800 = 0$$

$$\Delta' = 50^2 + 14400 = 16900$$

$$\sqrt{\Delta'} = 130$$

Suy ra : $$\begin{cases} x_1 = \frac{50 + 130}{3} = 60 \\ x_2 = \frac{50 - 130}{3} = -\frac{80}{3} < 0 \text{ (loại)} \end{cases}$$

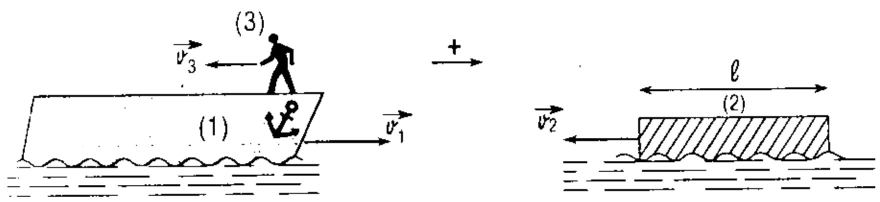
Do đó : $v_1 =$ ***60km/h***

Thí dụ 4.3

Một chiếc tàu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_1 = 30km/h gặp một đoàn xà lan dài l = 250m đi ngược chiều với vận tốc v_2 = 15km/h. Trên boong tàu có một người đi từ mũi đến lái với vận tốc v_3 = 5km/h.

Hỏi người ấy thấy đoàn xà lan qua trước mặt mình trong bao lâu ?

GIẢI



– Theo đề, các vận tốc v_1, v_2 được tính đối với nước, vận tốc v_3 được tính đối với tàu.

– Trong chuyển động tương đối của (3) đối với (2), thời gian phải tìm là thời gian để (3) đi được đoạn đường l.

Ta có : $\vec{v}_{32} = \vec{v}_{31} + \vec{v}_{10} + \vec{v}_{02}$

$= \vec{v}_3 + \vec{v}_1 + (-\vec{v}_2)$

– Chọn chiều dương là chiều của $\vec{v}_1$ ta có độ lớn của vận tốc tương đối :

$$v_{32} = v_1 + v_2 - v_3 = 30 + 15 - 5 = 40\text{km/h}$$

Thời gian cần tìm là :

$$t = \frac{l}{v_{32}} = \frac{250 . 10^{-3}}{40} = 22,5\ s$$

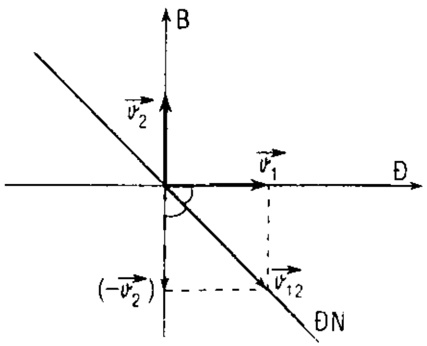
Thí dụ 4.4

Hai xe ôtô chạy trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, sau khi gặp nhau ở ngã tư, một xe chạy sang phía đông, xe kia chạy lên phía bắc với cùng vận tốc 40km/h.

a) Tính vận tốc tương đối của xe thứ nhất so với xe thứ hai.

b) Ngồi trên xe thứ hai quan sát thì thấy xe thứ nhất chạy theo hướng nào ?

c) Tính khoảng cách hai xe sau nửa giờ kể từ khi gặp nhau ở ngã tư.



GIẢI

a) *Vận tốc tương đối :*

Ta có :

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_{10} + \vec{v}_{02} = \vec{v}_1 + (-\vec{v}_2)$$

Ta dựng được $\vec{v}_{12}$ trên giản đồ cộng vectơ.

Suy ra : $v_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 40\sqrt{2} \approx$ ***56km/h***

b) *Hướng chuyển động :*

Hướng của $\vec{v}_{12}$ cho biết hướng chuyển động được hỏi. Đó là hướng ***đông – nam.***

c) *Khoảng cách :*

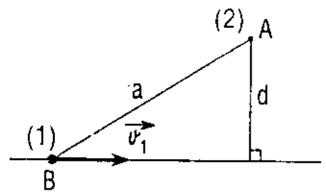
Chọn các điều kiện ban đầu thích hợp, ta có phương trình :

$$s = v_{12}t \approx 56t\ \text{km}.$$

Với t = 0,5h ta có : s = ***28km.***

Thí dụ 4.5

Ôtô chuyển động thẳng đều với vận tốc v_1 = 54km/h. Một hành khách cách ôtô đoạn a = 400m và cách đường đoạn d = 80m, muốn đón ôtô.



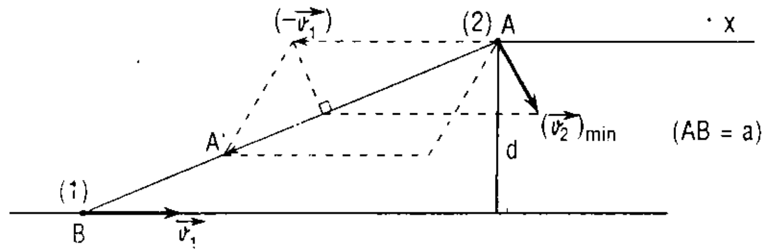
Hỏi người ấy phải chạy theo hướng nào với vận tốc nhỏ nhất là bao nhiêu để đón được ôtô ?

GIẢI

Xét chuyển động tương đối của (2) đối với (1) ta có :

$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_{20} + \vec{v}_{01} = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$$

Để (2) gặp được (1), điều kiện là $\vec{v}_{21}$ phải có hướng $\overrightarrow{AB}$.



Quỹ tích điểm ngọn A' của $\vec{v}_{21} = \overrightarrow{AA'}$ là $\frac{1}{2}$ đường thẳng AB.

Ta suy ra :

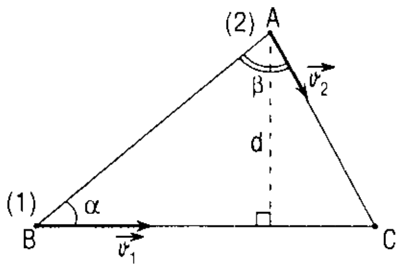
* $\vec{v}_2$ phải có hướng nằm trong góc $\widehat{BAx}$.

* $|\vec{v}_2|$ nhỏ nhất khi $\vec{v}_2 \perp \overrightarrow{AB}$. Lúc đó A' ≡ H.

Tính chất đồng dạng của tam giác cho : $\frac{v_2}{d} = \frac{v_1}{a}$

Hay : $v_2 = \frac{d}{a} \cdot v_1 = \frac{80}{400} \cdot 54 = \mathbf{10{,}8km/h}$

CHÚ Ý .



Cách giải khác.

Đặt C là vị trí gặp nhau.

$$AC = v_2 . \Delta t; \ BC = v_1 . \Delta t$$

Áp dụng định lí hàm sin cho tam giác ABC :

$$\frac{v_2 . \Delta t}{\sin \alpha} = \frac{v_1 . \Delta t}{\sin \beta} \Rightarrow v_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} . v_1$$

Suy ra : * v_2 *có giá trị min với* $\beta = 90^o$

$$* \ (v_2)_{min} = \sin \alpha . v_1 = \frac{d}{a} v_1 = 10{,}8km/h$$

Thí dụ 4.6

Ngồi trên một toa xe lửa đang chuyển động thẳng đều với vận tốc 17,32m/s, một hành khách thấy các giọt mưa vạch trên cửa kính những đường thẳng nghiêng 30^o so với phương thẳng đứng.

Tính vận tốc rơi của các giọt mưa (coi là rơi thẳng đều theo hướng thẳng đứng). Lấy $\sqrt{3} = 1{,}732$.

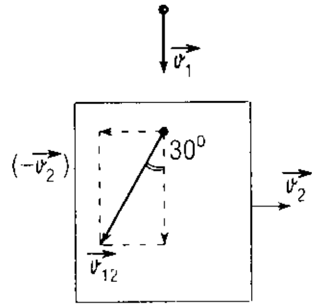
GIẢI

Hướng các giọt mưa vạch trên cửa kính là hướng của vectơ vận

tốc tương đối $\vec{v}_{12}$ của giọt mưa đối với tàu.

Ta có : $\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 + (-\vec{v}_2)$

Ta định được $\vec{v}_{12}$ như trên hình bên.



Suy ra : $\text{tg } 30^o = \frac{v_2}{v_1}$

Vậy :

$$v_1 = \frac{v_2}{\text{tg } 30^o} = \frac{10\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \mathbf{30m/s}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

4.7 Trên một tuyến xe buýt các xe coi như chuyển động thẳng đều với vận tốc 30km/h; hai chuyến xe liên tiếp khởi hành cách nhau 10 phút. Một người đi xe đạp ngược lại gặp hai chuyến xe buýt liên tiếp cách nhau 7ph30s.

Tính vận tốc người đi xe đạp.

ĐS : 10km/h

4.8 Một chiếc phà chạy xuôi dòng từ A đến B mất 3 giờ; khi chạy về mất 6 giờ. Hỏi nếu phà tắt máy trôi theo dòng nước thì từ A đến B mất bao lâu ?

ĐS : 12 giờ

4.9 Một thang cuốn tự động đưa khách từ tầng trệt lên lầu trong 1 phút. Nếu thang ngừng thì khách phải đi bộ lên trong 3 phút. Hỏi nếu thang chạy mà khách vẫn bước lên thì mất bao lâu ?

ĐS : 45 giây

4.10 Một tàu ngầm đang lặn xuống theo phương thẳng đứng với vận tốc đều v. Để dò đáy biển, máy SONAR trên tàu phát một tín hiệu âm kéo dài trong thời gian t_0 hướng xuống đáy biển. Âm

truyền trong nước với vận tốc đều u, phản xạ ở đáy biển (coi như nằm ngang) và truyền trở lại tàu. Tàu thu được tín hiệu âm phản xạ trong thời gian t.

Tính vận tốc lặn của tàu.

$$ĐS : v = \frac{(t_0 - t)}{t_0 + t} . u$$

4.11 Một thuyền máy chuyển động thẳng đều *ngược dòng* gặp một bè trôi xuôi dòng. Sau khi gặp nhau 1 giờ, động cơ của thuyền bị hỏng và phải sửa mất 30 phút.

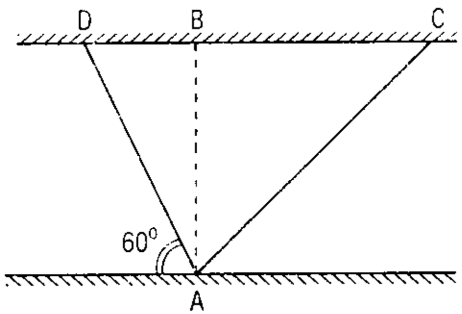
Trong thời gian sửa, thuyền máy trôi *xuôi dòng*. Sau khi sửa xong động cơ, thuyền máy chuyển động thẳng đều *xuôi dòng* với vận tốc *so với nước* như trước.

Thuyền máy gặp bè cách nơi gặp lần trước 7,5km.

Hãy tính vận tốc chảy của nước coi là không đổi.

ĐS : *3km/h*

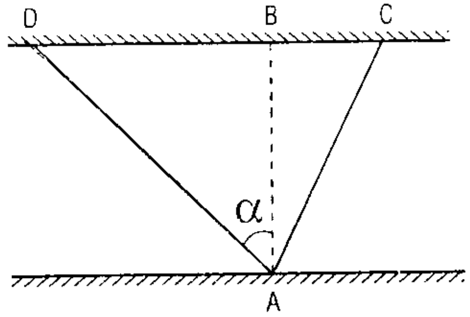
4.12 Một canô chạy qua sông xuất phát từ A, mũi hướng tới điểm B ở bờ bên kia. AB vuông góc với bờ sông. Nhưng do nước chảy nên khi đến bên kia, canô lại ở C cách B đoạn BC = 200m. Thời gian qua sông là 1 phút 40s. Nếu người lái giữ cho mũi canô chếch 60° so với bờ sông và mở máy chạy như trước thì canô tới đúng vị trí B. Hãy tính :



a) Vận tốc nước chảy và vận tốc canô.
b) Bề rộng của dòng sông.
c) Thời gian qua sông của canô lần sau.

ĐS : a) *2 m/s; 4 m/s* b) *400 m*
c) *116 s*

4.13 Ở một đoạn sông thẳng, dòng nước có vận tốc v_2, một thuyền chuyển động đều có vận tốc so với nước luôn luôn là v_1 (độ lớn) từ A.



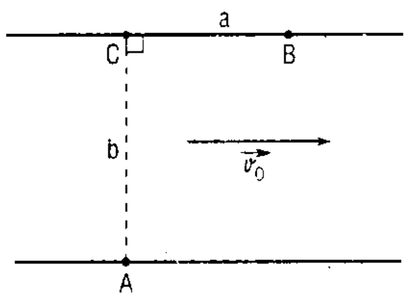
– Nếu người lái hướng mũi thuyền theo B thì sau 10 phút, thuyền tới C phía hạ lưu với BC = 120m.

– Nếu người lái hướng mũi thuyền về phía thượng lưu theo góc lệch α thì sau 12 phút 30 giây thuyền tới đúng B.

a) Tính vận tốc thuyền v_1 và bề rộng l của sông.
b) Xác định góc lệch α.

ĐS : a) *1,2km/h; 200m*
b) *37°*

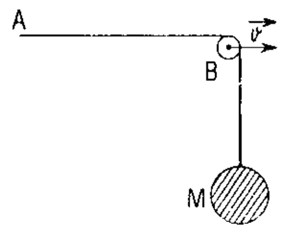
4.14 Ở một đoạn sông thẳng có dòng nước chảy với vận tốc v_0, một người từ vị trí A ở bờ sông này muốn chèo thuyền tới vị trí B ở bờ sông bên kia (xem hình).



Cho : AC = b; CB = a. Tính độ lớn *nhỏ nhất* của vận tốc thuyền so với nước mà người này phải chèo đều để có thể tới được B.

$$ĐS : u_{min} = \frac{bv_0}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

4.15 Quả cầu M được treo vào đinh A vắt qua ròng rọc di động B như hình vẽ. B chuyển động đều trên đường thẳng nằm ngang qua A với vận tốc $\vec{v}$ hướng đi xa A. Định vận



tốc của M đối với các hệ quy chiếu sau :

a) gắn với ròng rọc

b) gắn với tường.

ĐS : a) *Hướng thẳng lên; v*

b) *Nghiêng 45°; $v\sqrt{2}$*

4.16*Hai chiếc tàu chuyển động với cùng vận tốc đều v hướng đến O theo các quỹ đạo là những đường thẳng hợp với nhau gó $\alpha = 60°$. Xác định khoảng cách nhỏ nhất giữa các tàu. Cho biế ban đầu chúng cách O những khoảng l_1 = 20km và l_2 = 30km

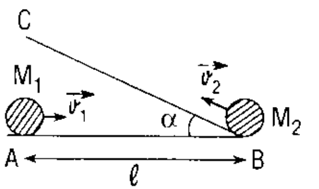
ĐS : $5\sqrt{3}km = 8,7km$

4.17*Hai vật chuyển động với các vận tốc không đổi trên hai đườn thẳng vuông góc. Cho v_1 = 30 m/s; v_2 = 20 m/s.

Tại thời điểm khoảng cách giữa hai vật nhỏ nhất thì vật (1 cách giao điểm của hai quỹ đạo đoạn s_1 = 500m. Hỏi lúc đó vậ (2) cách giao điểm trên đoạn s_2 là bao nhiêu ?

ĐS : $s_2 = 750m$

4.18*Có hai vật M_1 và M_2 thoạt đầu cách nhau khoảng l. Cùng lú hai vật chuyển động thẳng đều, M_1 chạ về B với vận tốc v_1, M_2 chạy về C vớ vận tốc v_2. Tính khoảng cách ngắn nhấ giữa hai vật và thời gian để đạt khoản cách này kể từ lúc bắt đầu chuyển động



ĐS : $$d_{min} = \frac{lv_2 \sin\alpha}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}};$$

$$t = \frac{(v_1 + v_2\cos\alpha)}{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}$$

4.19*Một máy bay có vận tốc đều trong không khí yên tĩnh là v. Má bay này bay theo chu vi của một hình vuông cạnh a. Hãy lậ

biểu thức của thời gian mà máy bay này bay hết một vòng của hình vuông nói trên trong mỗi trường hợp sau :

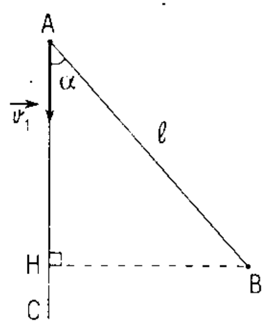
a) gió thổi với vận tốc không đổi u < v dọc theo cạnh.

b) gió thổi với vận tốc không đổi u < v dọc theo đường chéo.

ĐS : a) $$t_1 = 2a\frac{v + \sqrt{v^2 - u^2}}{v^2 - u^2}$$ b) $$t_2 = 4a\frac{\sqrt{v^2 - \frac{u^2}{2}}}{v^2 - u^2}$$

4.20*Hai tàu A và B ban đầu cách nhau một khoảng cách l. Chúng chuyển động thẳng đều cùng một lúc với các vận tốc có độ lớn lần lượt là v_1, v_2.

Tàu A chuyển động theo hướng AC tạo với AB góc α như hình vẽ.



a) Hỏi tàu B phải đi theo hướng nào để có thể gặp tàu A. Sau bao lâu kể từ lúc chúng ở các vị trí A và B thì hai tàu gặp nhau ?

b) Muốn hai tàu gặp nhau ở H (xem hình) thì các độ lớn vận tốc v_1, v_2 phải thỏa điều kiện gì ?

ĐS : a) $\beta = (\vec{v_2}, \overrightarrow{BA})$; $\sin\beta = \frac{v_1}{v_2}\sin\alpha$;

$$t = \frac{l}{v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta}$$

b) $tg\,\alpha = \frac{v_2}{v_1}$

4.21*Một xe buýt chuyển động thẳng đều trên đường với vận tốc v_1 = 16m/s. Một hành khách đứng cách đường đoạn a = 60m. Người này nhìn thấy xe buýt vào thời điểm xe cách người một

khoảng b = 400m.

a) Hỏi người phải chạy theo hướng nào để tới được đường *cùng lúc* hoặc *trước khi* xe buýt tới đó biết rằng vận tốc đều của người là v_2 = 4m/s.

b) Nếu muốn gặp được xe với vận tốc *nhỏ nhất* thì người phải chạy theo hướng nào ? Vận tốc nhỏ nhất là bao nhiêu ?

ĐS : a) $36^{o}45' \le \alpha \le 143^{o}15'$

b) $\alpha = 90^{o}$; $v_2 = 2,4\ m/s$

§2. CHUYỂN ĐỘNG THẲNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Vận tốc trung bình và vận tốc tức thời của chuyển động thẳng biến đổi :

– *Vận tốc trung bình :*

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{\sum \bar{v}_i t_i}{\sum t_i}$$

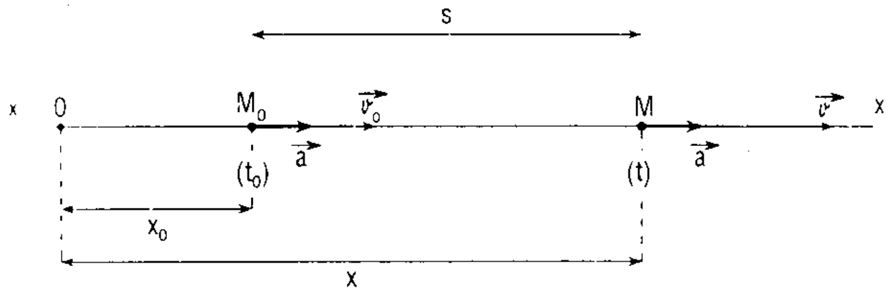
– *Vận tốc tức thời :*

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}; \vec{v} = \frac{\overrightarrow{\Delta s}}{\Delta t}$$

II. Gia tốc trong chuyển động thẳng biến đổi :

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$$

III. Các phương trình của chuyển động thẳng biến đổi đều :



– *Gia tốc :*

$$a = const$$

– *Vận tốc tức thời :*

$$v = a(t - t_0) + v_0$$

– *Tọa độ :*

$$x = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + x_0$$

– *Đường đi :*

$$s = x - x_0 = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0)$$

– *Hệ thức độc lập với thời gian :*

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) = 2as$$

CHÚ Ý :

Nếu chọn hệ quy chiếu và gốc thời gian để có $\begin{cases} t_0 = 0 \\ v_0 = 0 \\ x_0 = 0 \end{cases}$ *, các phương trình sẽ có dạng đơn giản :*

$$v = at\ ;\ x = s = \frac{1}{2}at^2$$

IV. Tính chất của chuyển động :

– *Chuyển động thẳng nhanh dần đều :*

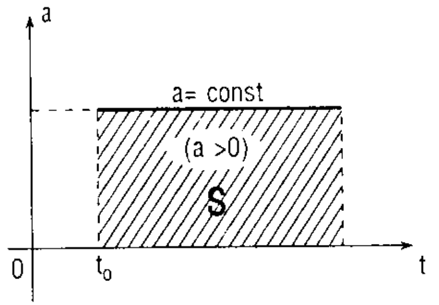
$$\boxed{av > 0 \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{v} \text{ cùng chiều}}$$

– *Chuyển động thẳng chậm dần đều :*

$$\boxed{av < 0 \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{v} \text{ ngược chiều}}$$

V. Đồ thị của chuyển động :

– *Đồ thị gia tốc theo thời gian*



Đồ thị là đường thẳng :

• song song với trục thời gian.

• giới hạn bởi thời điểm đầu t_0.

Ghi chú :

S biểu diễn vận tốc.

– *Đồ thị vận tốc theo thời gian :*

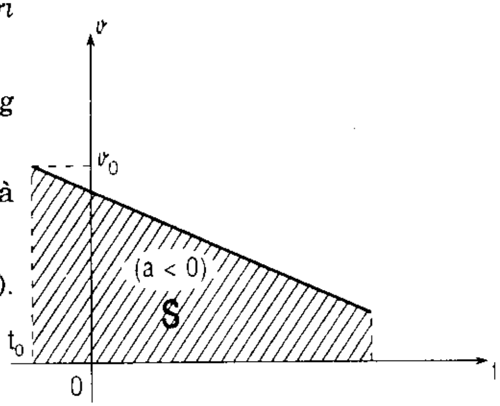
Đồ thị là nửa đường thẳng :

• có độ dốc (hệ số góc) là gia tốc a.

• giới hạn bởi điểm (t_0, v_0).

Ghi chú :

S biểu diễn đường đi.



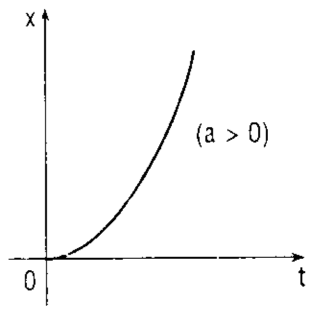
– *Đồ thị tọa độ theo thời gian :*

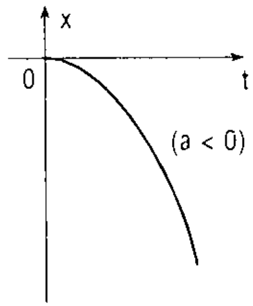
Đồ thị là parabol :

• có gốc ứng với **v = 0**

• giới hạn bởi điểm (t_0; x_0).

* Trong trường hợp đơn giản $x = \frac{1}{2}at^2$, ta có :





VI. Đổi hệ quy chiếu :

– *Công thức cộng vận tốc :*

$$\boxed{\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}}$$

– *Công thức cộng gia tốc :*

$$\boxed{\vec{a}_{13} = \vec{a}_{12} + \vec{a}_{23}}$$

B. GIẢI TOÁN

Tính vận tốc trung bình trong chuyển động thẳng biến đổi

■ **Phương pháp**

Áp dụng công thức tổng quát :

$$\bar{v} = \frac{\bar{v}_1 t_1 + \bar{v}_2 t_2 + \ldots}{t_1 + t_2 + \ldots} = \frac{\sum \bar{v}_i t_i}{\sum t_i}$$

Thí dụ 5.1

Một xe chạy trong 5 giờ; 2 giờ đầu xe chạy với vận tốc trung bình 60km/h; 3 giờ sau xe chạy với vận tốc trung bình 40km/h.

Tính *vận tốc trung bình* của xe trong suốt thời gian chuyển động.

GIẢI

Ta có : $\bar{v} = \frac{60.2 + 40.3}{5} = \frac{240}{5} = 48km/h$

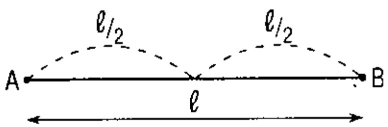
Thí dụ 5.2

Một xe đạp đi nửa đoạn đường đầu tiên với vận tốc trung bình 12km/h và nửa đoạn đường sau với vận tốc trung bình 20km/h.

Tính *vận tốc trung bình* trên cả đoạn đường.

GIẢI

Ta có : $\bar{v} = \frac{l}{t_1 + t_2}$



Nhưng : $t_1 = \frac{l}{2\bar{v}_1}$; $t_2 = \frac{l}{2\bar{v}_2}$

Do đó : $\bar{v} = \frac{l}{\frac{l}{2}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)} = \frac{2\bar{v}_1 . \bar{v}_2}{\bar{v}_1 + \bar{v}_2} = 15km/h.$

Thí dụ 5.3

Một vật chuyển động trên hai đoạn đường với các vận tốc trung bình $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$.

Trong điều kiện nào vận tốc trung bình trên cả đoạn đường bằng trung bình cộng của hai vận tốc ?

GIẢI

Ta có : $\bar{v} = \frac{\bar{v}_1 . t_1 + \bar{v}_2 . t_2}{t_1 + t_2}$

Trung bình cộng của hai vận tốc là : $v_{tb} = \frac{\bar{v}_1 + \bar{v}_2}{2}$

Theo đề, ta có : $\frac{\bar{v}_1 . t_1 + \bar{v}_2 . t_2}{t_1 + t_2} = \frac{\bar{v}_1 + \bar{v}_2}{2}$

$\Rightarrow \quad 2(\bar{v}_1 . t_1 + \bar{v}_2 . t_2) = (\bar{v}_1 + \bar{v}_2)t_1 + (\bar{v}_1 + \bar{v}_2)t_2$

$\bar{v}_1 . t_1 + \bar{v}_2 . t_2 = \bar{v}_1 . t_2 + \bar{v}_2 . t_1$

Hay : $\bar{v}_1(t_1 - t_2) + \bar{v}_2(t_2 - t_1) = 0$

$\Rightarrow \quad (\bar{v}_1 - \bar{v}_2)(t_1 - t_2) = 0$

Vì : $\bar{v}_1 - \bar{v}_2 \neq 0$, ta suy ra :

$$t_1 = t_2$$

Khoảng thời gian của hai chuyển động phải *bằng nhau*.

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

5.4 Một người đi từ A đến B theo chuyển động thẳng. Nửa đoạn đường đầu người ấy đi với vận tốc trung bình 16km/h. Trong nửa thời gian còn lại, người ấy đi với vận tốc 10km/h và sau đi bộ với vận tốc 4km/h.

Tính vận tốc trung bình trên cả đoạn đường.

ĐS : 9,7km/h

5.5 Hai ôtô khởi hành đồng thời từ A và chuyển động thẳng đều về B cách A khoảng *l*. Ôtô (I) đi nửa quãng đường đầu với vận tốc v_1 và nửa quãng đường sau với vận tốc v_2.

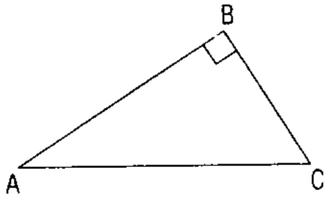
Ôtô (II) đi với vận tốc v_1 trong nửa thời gian đầu và với vận tốc v_2 trong nửa thời gian sau.

Hỏi ôtô nào tới nơi trước và trước một thời gian bao lâu ?

ĐS : Xe (II) tới trước

$$\Delta t = \frac{(v_1 - v_2)^2 l}{2v_1v_2(v_1 + v_2)}$$

5.6 Hai vật bắt đầu chuyển động đồng thời từ A đến C. Vật (1) từ A đến B rồi mới tới C, vật (2) đi thẳ từ A tới C. Ở một thời điểm bất kì, h vật luôn nằm trên đường thẳng thẳng g AC.



Tính v_{tb} của vật (1). Cho : $\hat{A} = 30^o$; $\hat{B}$ = 9 v_2 = 6m/s

ĐS : $\bar{v}_1 = \frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1)v_2 \approx 8,1m/s$

5.7 Hai học sinh đi cắm trại. Nơi xuất phát cách nơi cắm trại 40k Họ có một chiếc xe đạp chỉ dùng được cho một người và họ s xếp như sau :

Hai người khởi hành cùng lúc, một đi bộ với vận tốc không v_1 = 5km/h, một đi xe đạp với vận tốc không đổi v_2 = 15km Tới một địa điểm thích hợp, người đang đi xe đạp bỏ xe và bộ. Khi người kia tới nơi thì lấy xe đạp sử dụng. Vận tốc đi và đi xe đạp vẫn như trước. Hai người đến nơi cùng lúc.

a) Tính vận tốc trung bình của mỗi người.

b) Xe đạp không được sử dụng trong thời gian bao lâu ?

ĐS : a) 7,5km/h b) 2h40 phút.

5.8* Tính vận tốc trung bình của các chuyển động trong bài 3.8.

ĐS : 7,2km/h

BÀI TOÁN 6

Tính gia tốc, vận tốc, thời gian và quãng đường trong chuyển động thẳng biến đổi đều

■ Phương pháp

– *Áp dụng công thức định nghĩa của gia tốc :*

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

– *Áp dụng các công thức của chuyển động thẳng biến đổi đều :*

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

Thí dụ 6.1

Tính gia tốc của chuyển động trong mỗi trường hợp :

a) Xe rời bến chuyển động thẳng nhanh dần đều. Sau 1 phút, vận tốc đạt 54km/h.

b) Đoàn xe lửa đang chạy thẳng đều với vận tốc 36km/h thì hãm phanh và dừng lại sau 10s.

c) Xe chuyển động nhanh dần đều. Sau 1 phút, vận tốc tăng từ 18km/h tới 72km/h.

GIẢI

Ta áp dụng công thức :

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

a) *Trường hợp 1 :*

$$a_1 = \frac{15}{60} = 0,25m/s^2$$

b) *Trường hợp 2 :*

$$a_2 = \frac{-10}{10} = -\ 1m/s^2.$$

c) *Trường hợp 3 :*

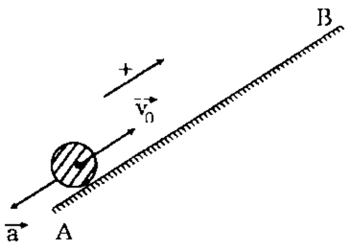
$$a_3 = \frac{20-5}{60} = 0{,}25m/s^2$$

Thí dụ 6.2

Một người đi xe đạp lên dốc dài 50m theo chuyển động thẳn chậm dần đều. Vận tốc lúc bắt đầu lên dốc là 18km/h và vận tố cuối là 3m/s.

Tính gia tốc và thời gian lên dốc.

GIẢI



Ta có :

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2t} = \frac{3^2 - 5^2}{2.50}$$

$$a = -\,0{,}16m/s^2$$

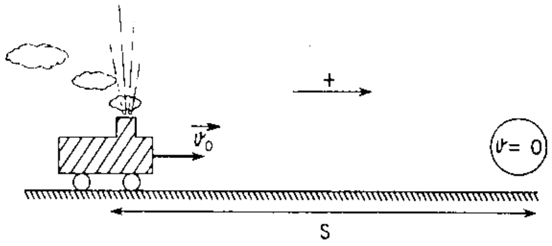
Suy ra : $t = \dfrac{v - v_0}{a} = \dfrac{3-5}{-\,0{,}16} = 12{,}5s$

Thí dụ 6.3

Một đoàn tàu đang chuyển động thẳng đều với vận tốc 36km thì hãm phanh. Tàu chạy chậm dần đều và dừng hẳn sau kl chạy thêm 100m.

Hỏi 10s sau khi hãm phanh tàu có vị trí nào và vận tốc bằi bao nhiêu ?

GIẢI



Ta có gia tốc :

$$a = \frac{-\,v_0^2}{2s} = \frac{-\,10^2}{2.100} = -\,0{,}5m/s^2$$

Phương trình vận tốc từ lúc hãm phanh :

$$v = at + v_0 = -\ 0{,}5t + 10$$

Với t = 10s, ta suy ra :

$$v = -0{,}5\,.\,10 + 10 = 5m/s$$

Vị trí đoàn tàu lúc đó được xác định bởi đoạn đường đã đi từ lúc hãm phanh :

$$s' = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{5^2 - 10^2}{2(-0{,}5)} = 75m.$$

Thí dụ 6.4

Một vật chuyển động nhanh dần đều đi được những đoạn đường s_1 = 24m và s_2 = 64m trong hai khoảng thời gian liên tiếp bằng nhau là 4s. Xác định vận tốc ban đầu và gia tốc của vật.

GIẢI

Ta có công thức tính đường đi :

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

Theo đề : $\begin{cases} t_1 = 4s: & s_1 = 24m \\ t_2 = 8s: & s_2 = 88m \end{cases}$

Vậy : $\begin{cases} 8a + 4v_0 = 24 \\ 32a + 8v_0 = 88 \end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được :

$$a = 2{,}5m/s^2 \;;\quad v_0 = 1m/s$$

Thí dụ 6.5

> Một xe chuyển động thẳng nhanh dần đều với vận tốc đầu v_0 = 18km/h. Trong giây thứ tư kể từ lúc bắt đầu chuyển động nhanh dần, xe đi được 12m. Hãy tính :
>
> a) Gia tốc của vật.
>
> b) Quãng đường đi được sau 10s.

GIẢI

a) Gia tốc :

Phương trình đường đi là :

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

Sau 3 giây ta có : $s_3 = \frac{9}{2}a + 3v_0$

Sau 4 giây ta có : $s_4 = \frac{16}{2}a + 4v_0$

Quãng đường xe đi được trong giây thứ tư là :

$$\Delta s_4 = s_4 - s_3 = \frac{7}{2}a + v_0$$

Vậy : $a = \frac{2}{7}(\Delta s_4 - v_0)$

$$= \frac{2}{7}(12 - 5) = 2m/s^2$$

b) Quãng đường :

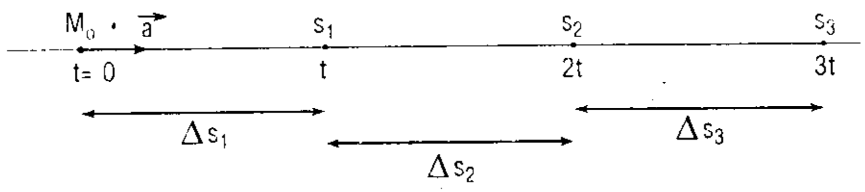
Với t = 10s ta có :

$$s_{10} = \frac{1}{2}2 \,.\, 10^2 + 5 \,.\, 10 = 150m$$

Thí dụ 6.6

> Chứng tỏ rằng trong chuyển động thẳng nhanh dần đều không vận tốc đầu, quãng đường đi được trong những khoảng thời gian bằng nhau liên tiếp tỉ lệ với các số lẻ liên tiếp 1, 3, 5, 7...

GIẢI



Ta có phương trình quãng đường :

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

Do đó : $\begin{cases} s_1 = \frac{1}{2}at^2 \\ s_2 = \frac{1}{2}a(2t)^2 = \frac{4}{2}at^2 \\ s_3 = \frac{1}{2}a(3t)^2 = \frac{9}{2}at^2 \\ \ldots \\ s_{n-1} = \frac{1}{2}a[(n-1)t]^2 = \frac{(n-1)^2}{2}at^2 \\ s_n = \frac{1}{2}a(nt)^2 = \frac{n^2}{2}at^2 \end{cases}$

Suy ra :

$$\Delta s_1 = s_1 = \frac{1}{2}at^2$$

$$\Delta s_2 = s_2 - s_1 = \frac{3}{2}at^2$$

$$\Delta s_3 = s_3 - s_2 = \frac{5}{2}at^2$$

....

$$\Delta s_n = s_n - s_{n-1}$$

$$= \frac{1}{2}\left[n^2 - (n-1)^2\right]at^2 = \frac{(2n-1)}{2}at^2$$

Vậy : $\frac{\Delta s_2}{\Delta s_1} = 3$; $\frac{\Delta s_3}{\Delta s_1} = 5$; ... ; $\frac{\Delta s_n}{\Delta s_1} = (2n - 1)$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

6.8 Sau 10s đoàn tàu giảm vận tốc từ 54km/h xuống 18km/h. Nó chuyển động đều trong 30s tiếp theo. Sau cùng nó chuyển động chậm dần đều và đi thêm 10s thì ngừng hẳn.

Tính gia tốc trong mỗi giai đoạn.

ĐS : $-1m/s^2$; 0; $-0,5m/s^2$

6.9 Một xe chuyển động nhanh dần đều đi trên hai đoạn đường liên tiếp bằng nhau 100m, lần lượt trong 5s và 3,5s.

Tính gia tốc.

ĐS : $2m/s^2$

6.10 Một người đứng ở sân ga thấy toa thứ nhất của đoàn tàu đang tiến vào ga qua trước mặt mình trong 5s và thấy toa thứ hai trong 4,5s. Khi tàu dừng lại, đầu toa thứ nhất cách người ấy 75m.

Coi tàu chuyển động chậm dần đều, hãy tìm gia tốc của tàu.

ĐS : $-0,16m/s^2$

6.11 Một xe mở máy chuyển động nhanh dần. Trên đoạn đường 1km đầu nó có gia tốc a_1, trên đoạn đường 1km sau, nó có gia tốc a_2. Biết rằng trên đoạn đường thứ nhất vận tốc tăng lên Δv, còn trên đoạn đường thứ hai vận tốc chỉ tăng được $\Delta v' = \frac{1}{2}\Delta v$.

Hỏi gia tốc trên đoạn đường nào lớn hơn ?

ĐS : $a_2 > a_1$

6.12 Một đoàn tàu chuyển bánh chạy thẳng nhanh dần đều. Hết kilomet thứ nhất vận tốc của nó tăng lên được 10m/s.

Sau khi đi hết kilomet thứ hai vận tốc của nó tăng lên một lượng bao nhiêu ?

ĐS : $4,1m/s$

6.13 Một vật chuyển động thẳng biến đổi đều. Lập biểu thức vận tốc trung bình của vật giữa hai thời điểm mà vận tốc tức thời là v_1 và v_2.

ĐS : $\frac{v_1 + v_2}{2}$

6.14 Một vật bắt đầu chuyển động nhanh dần đều từ trạng thái đứng yên và đi được đoạn đường s trong t giây.

Tính thời gian vật đi $\frac{3}{4}$ đoạn đường cuối.

ĐS : $\frac{t}{2}$

6.15 Một người đứng ở sân ga nhìn đoàn tàu chuyển bánh nhanh dần đều. Toa (1) đi qua trước mặt người ấy trong t giây. Hỏi toa thứ n đi qua trước mặt người ấy trong bao lâu ?
Áp dụng : t = 6s; n = 7.

ĐS : $(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})t$

6.16 Một vật chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc a từ trạng thái đứng yên và đi được quãng đường s trong thời gian t. Hãy tính :

a) Khoảng thời gian vật đi hết 1m đầu tiên.

b) Khoảng thời gian vật đi hết 1m cuối cùng.

ĐS : a) $t_1 = \sqrt{\frac{2}{a}}$

b) $t'_1 = \sqrt{\frac{2}{a}}(\sqrt{s} - \sqrt{s-1})$

6.17 Một vật chuyển động thẳng với gia tốc a và vận tốc đầu v_o. Hãy tính quãng đường vật đi được trong n giây và trong giây thứ n (n < thời gian chuyển động nếu chậm dần đều).

ĐS : $\left(\frac{a}{2}n + v_o\right)n$; $\frac{a(2n-1)}{2} + v_o$.

6.18 Chứng minh rằng trong chuyển động thẳng biến đổi đều, những quãng đường đi được trong những khoảng thời gian bằng nhau liên tiếp chênh lệch nhau một lượng không đổi.

6.19 Phương trình của một vật chuyển động thẳng là :

$$x = 80t^2 + 50t + 10 \text{ (cm; s)}$$

a) Tính gia tốc của chuyển động.

b) Tính vận tốc lúc t = 1s.

c) Định vị trí vật lúc vận tốc là 130cm/s.

ĐS : a) *1,6m/s²* b) *2,1m/s* c) *55cm.*

6.20 Một vật chuyển động theo phương trình :

$$x = 4t^2 + 20t \text{ (cm; s)}$$

a) Tính quãng đường vật đi được từ t_1 = 2s đến t_2 = 5s. Suy ra vận tốc trung bình trong khoảng thời gian này.

b) Tính vận tốc lúc t = 3s.

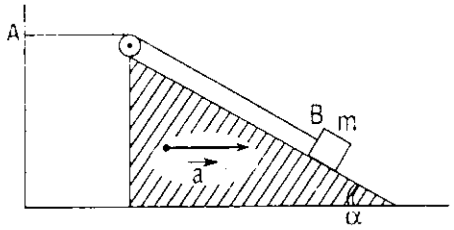
ĐS : a) *144 cm; 48cm/s;* b) *44cm/s*

6.21*Hai xe chuyển động thẳng đều với các vận tốc v_1, v_2 ($v_1 < v_2$). Khi người lái xe (2) nhìn thấy xe (1) ở phía trước thì hai xe cách nhau đoạn d. Người lái xe (2) hãm thắng để xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc a.

Tìm điều kiện cho a để xe (2) không đâm vào xe (1).

ĐS : $a < -\frac{(v_2 - v_1)^2}{2d}$

6.22*Trên mặt phẳng nghiêng góc α có một dây không đàn hồi. Một đầu dây gắn vào tường ở A, đầu kia buộc vào một vật B có khối lượng m. Mặt phẳng nghiêng chuyển động sang phải với gia tốc $\vec{a}$ nằm ngang không đổi.



Hãy xác định gia tốc của vật B khi nó còn ở trên mặt phẳng nghiêng.

(Thi Học sinh giỏi Vật lí)

ĐS : $2a\sin\frac{\alpha}{2}$

6.23*Một tên lửa có hai động cơ có thể truyền các gia tốc không đổi a_1, a_2 ($a_1 > a_2$).

Động cơ (1) có thể hoạt động trong thời gian t_1.

Động cơ (2) có thể hoạt động trong thời gian t_2 ($t_2 > t_1$).

Xét 3 phương án sau :

– (1) hoạt động trước, (2) tiếp theo

– (2) hoạt động trước, (1) tiếp theo

– (1) và (2) hoạt động cùng lúc.

Phương án nào đẩy tên lửa bay xa nhất ?

ĐS : *(1) hoạt động trước.*

BÀI TOÁN 7

Bài toán gặp nhau của hai vật chuyển động thẳng biến đổi đều

■ Phương pháp :

– *Chọn gốc tọa độ, chiều dương, gốc thời gian. Suy ra các điều kiện ban đầu của mỗi vật chuyển động.*

– *Lập phương trình tọa độ của mỗi vật từ phương trình tổng quát :*

$$x = \frac{1}{2}a\,(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + x_0$$

Có thể một trong hai vật chuyển động thẳng đều theo phương trình :

$$x = v(t - t_0) + x_0$$

– *Khi hai vật gặp nhau :*

$$x_2 = x_1$$

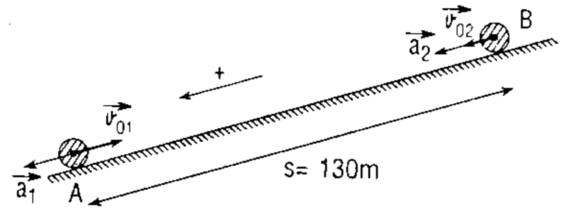
Giải phương trình này để tìm các ẩn của bài toán.

Thí dụ 7.1

Hai người đi xe đạp khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều nhau. Người thứ nhất có vận tốc đầu là 18km/h và lên dốc chậm dần đều với gia tốc là 20 cm/s^2. Người thứ hai có vận tốc đầu là 5,4km/h và xuống dốc nhanh dần đều với gia tốc là 0,2m/s^2. Khoảng cách giữa hai người là 130m.

Hỏi sau bao lâu hai người gặp nhau và đến lúc gặp nhau mỗi người đã đi được một đoạn đường dài bao nhiêu ?

GIẢI



– Chọn :

* gốc tọa độ là vị trí B
* chiều dương là chiều $\overrightarrow{BA}$
* gốc thời gian là lúc khởi hành chung của hai xe.

Ta suy ra :

$$(1)\begin{cases} a_1 = 0{,}2\,m/s^2 \\ v_{01} = -5\,m/s \\ t_{01} = 0 \\ x_{01} = 130\,m \end{cases} \qquad (2)\begin{cases} a_2 = 0{,}2\,m/s^2 \\ v_{02} = 1{,}5\,m/s \\ t_{02} = 0 \\ x_{02} = 0 \end{cases}$$

Các phương trình chuyển động là :

$$\begin{cases} x_1 = 0{,}1t^2 - 5t + 130\ (m) \\ x_2 = 0{,}1t^2 + 1{,}5t\ (m) \end{cases}$$

– Khi gặp nhau ta có :

$$x_2 = x_1$$

$$0{,}1t^2 + 1{,}5t = 0{,}1t^2 - 5t + 130$$

$$6{,}5t = 130$$

$$t = \mathbf{20s}$$

Suy ra : $s_2 = x_2 = 0{,}1.20^2 + 1{,}5.20 = \mathbf{70m}$

$|s_1| = 130 - 70 = \mathbf{60m}$

Thí dụ 7.2

> Một ôtô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $0,5m/s^2$ đúng lúc một tàu điện vượt qua nó với vận tốc 18km/h. Gia tốc của tàu điện là $0,3m/s^2$.
>
> Hỏi khi ôtô đuổi kịp tàu điện thì vận tốc của ôtô là bao nhiêu?

GIẢI

– Chọn :

* chiều dương là chiều chuyển động chung.
* gốc tọa độ là vị trí khởi hành của ôtô.
* gốc thời gian là lúc ôtô khởi hành.

Ta có các phương trình :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 = 0,25t^2\,(m) \\ x_2 = \frac{1}{2}a_2t^2 + v_{02}t = 0,15t^2 + 5t\,(m) \end{cases}$$

– Khi ôtô đuổi kịp tàu điện ta có :

$$x_2 = x_1$$

$$0,15t^2 + 5t = 0,25t^2$$

$$t(t - 50) = 0 \qquad \Rightarrow t = 50s$$

– Phương trình vận tốc của ôtô :

$$v_1 = a_1t = 0,5t$$

Khi vừa đuổi kịp tàu điện, ôtô có vận tốc :

$$v_1 = 0,5.50 = 25m/s$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

7.3 Hai xe cùng chuyển động thẳng đều từ A về B. Sau 2 giờ h xe tới B *cùng lúc.*

Xe (1) đi nửa quãng đường đầu tiên với vận tốc v_1 = 30km/h và nửa quãng đường còn lại với vận tốc v_2 = 45km/h.

Xe (2) đi hết cả đoạn đường với gia tốc không đổi.

a) Định thời điểm tại đó hai xe có *vận tốc bằng nhau.*

b) Có lúc nào một xe *vượt xe kia* không ?

ĐS : a) phút *50* và phút *75;* b) *không.*

7.4 Hai xe cùng chuyển động thẳng ngược chiều nhau từ A và B. Xe từ A lên dốc chậm dần đều với vận tốc đầu v_1 và gia tốc a. Xe từ B xuống dốc nhanh dần đều với vận tốc đầu v_2 và gia tốc bằng xe kia về độ lớn.

Cho AB = s.

a) *Khoảng cách* giữa hai xe thay đổi ra sao theo thời gian ? Vẽ đồ thị.

b) Sau bao lâu hai xe gặp nhau ?

ĐS : a) ***Biến thiên tuyến tính***

b) $t = \frac{s}{v_1 + v_2}$

BÀI TOÁN 8

Các đồ thị của chuyển động thẳng biến đổi đều

■ Phương pháp :

– Vẽ đồ thị :

Dạng các đồ thị của chuyển động thẳng biến đổi đều :

* Đồ thị gia tốc theo thời gian : *đường thẳng song song với trục thời gian.*
* Đồ thị vận tốc theo thời gian : *đường thẳng có độ dốc là gia tốc a.*

* Đồ thị tọa độ theo thời gian : *parabol.*

Vẽ đồ thị dựa vào một số điểm biểu diễn đặc biệt (kết hợp với độ dốc nếu là đường thẳng). Đồ thi được giới hạn bởi các điều kiện ban đầu.

– Đặc điểm của chuyển động theo đồ thị của vận tốc :

* Đồ thị hướng lên : $a > 0$; đồ thị hướng xuống : $a < 0$; đồ thị nằm ngang : $a = 0$;

(Kết hợp với dấu của v có thể suy ra tính chất của chuyển động).

* Hai đồ thị song song : *hai chuyển động có cùng gia tốc.*

* Giao điểm của đồ thị với trục thời gian : *vật dừng lại.*

* Hai đồ thị cắt nhau : *hai vật có cùng vận tốc.*

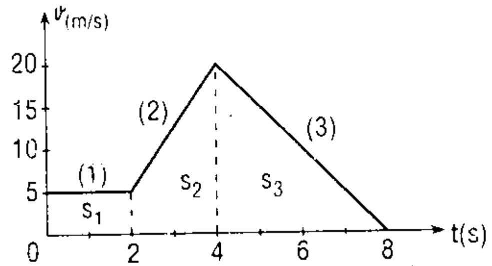
Tính a và v_o từ đồ thị, có thể thiết lập được phương trình vận tốc.

– Giao điểm của hai đồ thị tọa độ *giúp xác định thời điểm và vị trí gặp nhau.*

Thí dụ 8.1

Cho đồ thị vận tốc – thời gian của một vật chuyển động như hình dưới đây.

a) Hãy nêu tính chất của mỗi giai đoạn chuyển động.



b) Tính gia tốc trong mỗi giai đoạn chuyển động. Lập các phương trình vận tốc.

c) Tính quãng đường vật đã đi.

GIẢI

a) *Tính chất chuyển động :*

Trong cả 3 giai đoạn chuyển động ta đều có $v \geq 0$. Tính chất chuyển động do gia tốc quyết định.

– *Giai đoạn (1)* : $a_1 = 0$: chuyển động *thẳng đều.*

– *Giai đoạn (2)* : $a_2 > 0$: chuyển động *nhanh dần đều.*

– *Giai đoạn (3)* : $a_3 < 0$: chuyển động *chậm dần đều* và dừng lại.

b) *Gia tốc – Phương trình vận tốc :*

– Ta đã có : $a_1 = 0$. Suy ra :

$$v_1 = 5 = \text{const (m/s)}, \ (0 < t \leq 2 \text{ s})$$

– Ta cũng có theo đồ thị :

$$a_2 = \frac{20 - 5}{4 - 2} = 7{,}5m/s^2$$

Phương trình vận tốc là :

$$v_2 = 7{,}5(t - 2) + 5$$
$$= 7{,}5t - 10 \text{ (m/s)}, \ (2s < t \leq 4s)$$

– Tương tự :

$$a_3 = \frac{0 - 20}{8 - 4} = -5m/s^2$$

Phương trình vận tốc là :

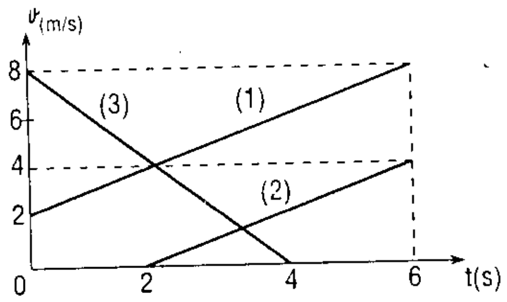
$$v_3 = -5(t - 4) + 20$$
$$= -5t + 40 \text{ (m/s)}, \ (4s < t \leq 8s)$$

c) *Quãng đường :*

Ta có : $s = s_1 + s_2 + s_3$

$$= 5 \,.\, 2 + \frac{5 + 20}{2} \,.\, 2 + \frac{20 \,.\, 4}{2} = 75m$$

Thí dụ 8.2



Đồ thị vận tốc - thời gian của ba vật chuyển động có dạng như hình vẽ.

a) Nêu tính chất của mỗi chuyển động.

b) Lập các phương trình vận tốc và phương trình đường đi của mỗi chuyển động.

GIẢI

a) *Tính chất chuyển động :*

– Chuyển động (1) *nhanh dần đều* có vận tốc đầu.

– Chuyển động (2) *nhanh dần đều* cùng gia tốc với (1) nhưng không có vận tốc đầu.

– Chuyển động (3) *chậm dần đều* cho tới dừng.

b) *Các phương trình :*

– *Chuyển động (1) :* $(0 < t \leq 6\ s)$

$$v_1 = t + 2\ (m/s)\ ; \qquad s_1 = \frac{t^2}{2} + 2t\ m$$

– *Chuyển động (2) :* $(2\ s < t \leq 6\ s)$

$$v_2 = t - 2\ (m/s)\ ; \qquad s_2 = \frac{(t-2)^2}{2} = \frac{t^2}{2} - t + 2\ m$$

– *Chuyển động (3) :* $(0 < t \leq 4\ s)$

$$v_3 = -2t + 8\ (m/s)\ ; \qquad s_3 = -\ t^2 + 8t\ m$$

Thí dụ 8.3

Một thang máy chuyển động đi xuống theo ba giai đoạn liên tiếp :

* Nhanh dần đều, không vận tốc đầu và sau 25m thì đạt vận tốc 10m/s.
* Đều trên đoạn đường 50m liền theo.
* Chậm dần đều để dừng lại cách nơi khởi hành 125m.

a) Lập phương trình chuyển động của mỗi giai đoạn.

b) Vẽ các đồ thị gia tốc, vận tốc và tọa độ của mỗi giai đoạn chuyển động.

GIẢI

a) Phương trình chuyển động :

– *Giai đoạn (1) :*

Ta có : $$a_1 = \frac{v_1^2}{2s_1} = \frac{10^2}{2.25} = 2m/s^2$$

Thời gian chuyển động của giai đoạn (1) là :

$$t_1 = \frac{v_1}{a_1} = \frac{10}{2} = 5s$$

Suy ra phương trình chuyển động :

$$x_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 = t^2\ , \quad (0 < t \leq 5s)$$

–*Giai đoạn (2) :*

Ta có : $v_2 = v_1 = 10m/s$

Thời gian chuyển động của giai đoạn (2) là :

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{50}{10} = 5s$$

Phương trình chuyển động của giai đoạn (2) :

$$x_2 = v_2(t - t_{02}) + x_{02}$$

$$= 10(t - 5) + 25 = \boldsymbol{10t - 25}, \qquad (5s < t \le 10\ s)$$

– Giai đoạn (3) :

Quãng đường thang máy chuyển động trong giai đoạn (3) là :

$$s_3 = 125 - 75 = 50\ m$$

Vậy : $$a_3 = \frac{-v_{03}^2}{2s_3} = \frac{-10^2}{2.50} = -1m/s^2$$

$$v_{03} = v_2 = v_1 = 10m/s$$

Thời gian chuyển động của giai đoạn (3) :

$$t_3 = \frac{-v_{03}}{a_3} = \frac{-10}{-1} = 10s$$

Vậy phương trình chuyển động của giai đoạn (3) là :

$$x_3 = \frac{1}{2}a_3(t - t_{03})^2 + v_{03}(t - t_{03}) + x_{03}$$

$$= -\frac{1}{2}(t - 10)^2 + 10(t - 10) + 75$$

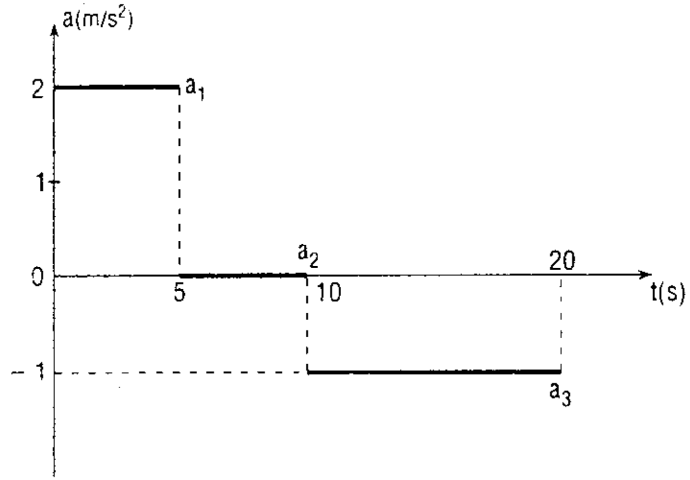
$$= -\frac{t^2}{2} + 20t - 75, \qquad (10s < t \le 20s)$$

b) Các đồ thị của chuyển động :

– Đồ thị gia tốc :

Theo trên ta có : $$\begin{cases} a_1 = 2m/s^2 & (0 < t \le 5s) \\ a_2 = 0 & (5s < t \le 10s) \\ a_3 = -1m/s^2 & (10s < t \le 20s) \end{cases}$$

Suy ra đồ thị :

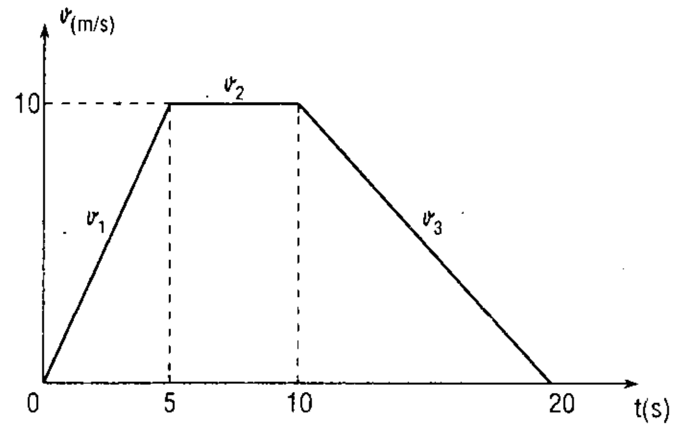


– Đồ thị vận tốc :

Theo trên ta cũng có :

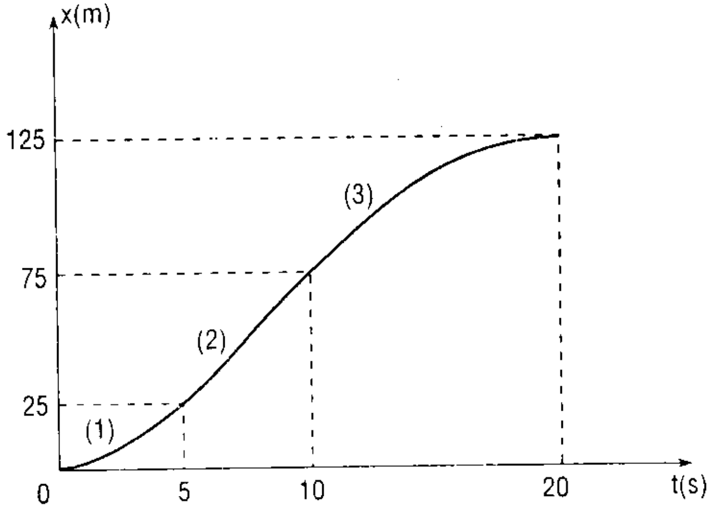
$$\begin{cases} t = 0 & : v_{01} = 0 & ; & t = 5s & : v_1 = 10m/s \\ t = 5s & : v_{02} = 10m/s & ; & t = 10s & : v_2 = v_{02} = 10m/s \\ t = 10s & : v_{03} = 10m/s & ; & t = 20s & : v_3 = 0 \end{cases}$$

Suy ra đồ thị :



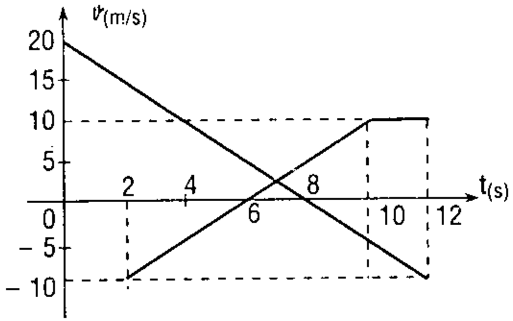
– *Đồ thị tọa độ :*

Theo các phương trình chuyển động của mỗi giai đoạn đã thiết lập với khoảng thời gian tương ứng, ta suy ra đồ thị tọa độ sau :



■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

8.4 Hai vật chuyển động thẳng biến đổi đều có các đồ thị vận tốc - thời gian như hình dưới :



a) Hãy nêu các đặc điểm của mỗi chuyển động.

b) Suy ra đồ thị chuyển động quãng đường – thời gian của mỗi vật.

c) Tính quãng đường đi được của mỗi vật.

ĐS : c) *100m; 60m.*

8.5 Một vật chuyển động trên đường thẳng theo ba giai đoạn liên tiếp :

* Nhanh dần đều với gia tốc $a_1 = 5m/s^2$, không vận tốc đầu.
* Đều với vận tốc đạt được vào cuối giai đoạn (1).
* Chậm dần đều với gia tốc $a_3 = -5m/s^2$ cho tới khi dừng.

Thời gian chuyển động tổng cộng là 25s. *Vận tốc trung bình* trên cả đoạn đường là 20m/s.

a) Tính vận tốc của giai đoạn chuyển động *đều.*

b) Suy ra *quãng đường* đi được trong mỗi giai đoạn và thời gian tương ứng.

c) Vẽ các *đồ thị* gia tốc, vận tốc và quãng đường theo thời gian.

ĐS : a) *25m/s*

b) *62,5m; 375m; 62,5m; 5s; 15s; 5s*

8.6 Hãy vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ các đồ thị vận tốc – thời gian của hai vật chuyển động thẳng biến đổi đều sau :

– Vật (1) có gia tốc $a_1 = 0{,}5m/s^2$ và vận tốc đầu 2m/s.

– Vật (2) có gia tốc $a_2 = -1{,}5m/s^2$ và vận tốc đầu 6m/s.

a) Dùng đồ thị hãy xác định sau bao lâu hai vật có vận tốc bằng nhau.

b) Tính đoạn đường mà mỗi vật đi được cho tới lúc đó.

ĐS : a) *2s*

b) *5m; 9m*

8.7 Một đoàn xe lửa đi từ ga này đến ga kế trong 20 phút với vận tốc trung bình 72km/h. Thời gian chạy nhanh dần đều lúc khởi hành và thời gian chạy chậm dần đều lúc vào ga bằng nhau là 2 phút; khoảng thời gian còn lại, tàu chuyển động đều.

a) Tính các gia tốc.

b) Lập phương trình vận tốc của xe. Vẽ đồ thị vận tốc.

(Thi Học sinh giỏi Vật lí)

ĐS : a) $0{,}185\ m/s^2$; $-0{,}185m/s^2$

b) $v_1 = 0{,}185t$; $v_2 = 22{,}2m/s = const$

$v_3 = -0{,}185t + 22{,}2$

§3. SỰ RƠI TỰ DO

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Tính chất của chuyển động rơi tự do :

– Rơi tự do (không vận tốc đầu) là chuyển động *nhanh dần đều*.

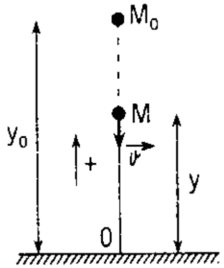
– Gia tốc rơi tự do (gia tốc trọng lực) :

$\vec{a} = \vec{g}$
- *Phương* : thẳng đứng
- *Chiều* : hướng xuống
- *Độ lớn* : $g = 9{,}81 m/s^2$ (giá trị trung bình)

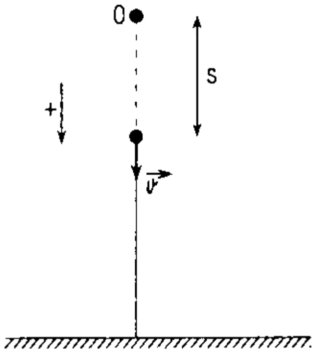
II. Các phương trình :

1. Về độ cao :

$$\mathbf{y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0}$$
$$\mathbf{v = -gt}$$
$$\mathbf{v^2 = -2g(y - y_0)}$$



2. Về quãng đường rơi :



$$\mathbf{s = \frac{1}{2}gt^2}$$
$$\mathbf{v = gt}$$
$$\mathbf{v^2 = 2gs}$$

B. GIẢI TOÁN

BÀI TOÁN 9

Tính thời gian rơi, quãng đường rơi và vận tốc rơi

■ PHƯƠNG PHÁP :

– *Thường chọn chiều dương hướng xuống :*

$$\mathbf{a = g}$$

– *Áp dụng các công thức :*

$$\mathbf{s = \frac{1}{2}gt^2\ ;\ v = gt\ ;\ v^2 = 2gs}$$

Thí dụ 9.1

Một vật rơi tự do từ độ cao 19,6m xuống đất. Tính thời gian rơi và vận tốc chạm đất.

(Lấy $g = 9{,}8 m/s^2$)

GIẢI

Ta có phương trình của quãng đường rơi và vận tốc rơi :

$$s = \frac{1}{2}gt^2;$$

$$v = gt$$

Với s = 19,6m ta suy ra :

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2.19{,}6}{9{,}8}} = 2s$$

Suy ra : $v = gt = 9{,}8 .2 =$ ***19,6m/s***

Thí dụ 9.2

> Một vật được buông rơi tự do tại nơi có $g = 9{,}8m/s^2$.
>
> a) Tính quãng đường vật rơi được trong 3s và trong giây thứ ba.
>
> b) Lập biểu thức quãng đường vật rơi được trong n giây và trong giây thứ n.

GIẢI

Phương trình của quãng đường rơi :

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

a) Quãng đường rơi trong 3s và trong giây thứ 3 :

Ta có : $s_3 = \frac{1}{2}.g.3^2 = \frac{9}{2}g = \mathit{44{,}1m}$

$s_2 = \frac{1}{2}.g.2^2 = \frac{4}{2}g$

Suy ra : $\Delta s_3 = s_3 - s_2 = \frac{5}{2}.g = \mathit{24{,}5m}$

b) Quãng đường rơi trong n giây và trong giây thứ n :

Tương tự trên ta có :

$$s_n = \frac{1}{2}gn^2 = \frac{n^2}{2}g$$

$$s_{n-1} = \frac{1}{2}g(n-1)^2$$

Suy ra : $\Delta s_n = s_n - s_{n-1} = \frac{g}{2}\left[n^2 - (n-1)^2\right]$

$$= \frac{(2n-1)}{2}g$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

9.3 Trong 0,5s cuối cùng trước khi dụng vào mặt đất, vật rơi tự do vạch được quãng đường gấp đôi quãng đường vạch được trong 0,5s ngay trước đó.

Lấy $g = 10m/s^2$. Tính độ cao từ đó vật được buông rơi.

ĐS : 7,8m

9.4 Một vật rơi tự do tại nơi có $g = 10m/s^2$. Trong 2 giây cuối vật rơi được 180m.

Tính thời gian rơi và độ cao của nơi buông vật.

ĐS : 10s; 500m.

9.5 Một vật rơi tự do tại nơi có $g = 10m/s^2$. Thời gian rơi là 10s. Hãy tính :

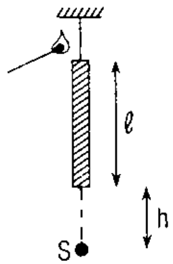
a) Thời gian vật rơi một mét đầu tiên.

b) Thời gian vật rơi một mét cuối cùng.

ĐS : a) $t_1 = \frac{\sqrt{5}}{5} \approx 0{,}45s$

b) $t'_1 = 10 - \sqrt{10^2 - \frac{1}{5}} \approx 0{,}01s.$

9.6

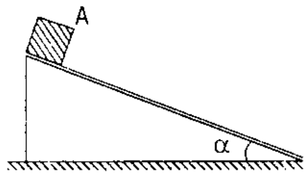


Thước A có chiều dài l = 25cm treo vào tường bằng một dây. Tường có một lỗ sáng nhỏ ngay phía dưới thước.

Hỏi cạnh dưới của A phải cách lỗ sáng khoảng h bằng bao nhiêu để khi đốt dây treo cho thước rơi nó sẽ *che khuất* lỗ sáng trong thời gian 0,1s.

ĐS : 20cm.

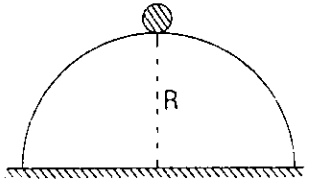
9.7 Vật A đặt trên mặt nghiêng của một cái nêm như hình vẽ.



Hỏi phải truyền cho nêm gia tốc bao nhiêu theo phương ngang để vật A *rơi tự do* xuống dưới theo phương thẳng đứng?

ĐS : $a \geq g \cot g\, \alpha$.

9.8 Một bán cầu có bán kính R trượt đều theo đường thẳng nằm ngang. Một quả cầu nhỏ cách mặt phẳng ngang một đoạn bằng R. Ngay khi đỉnh bán cầu đi ngang qua quả cầu nhỏ thì nó được buông rơi tự do.



Tìm vận tốc *nhỏ nhất* của bán cầu để nó không cản trở sự rơi tự do của quả cầu nhỏ. (R = 40cm)

ĐS : $v_{min} = \sqrt{gR} = 2m/s$

BÀI TOÁN 10

Liên hệ giữa quãng đường, thời gian, vận tốc của hai vật rơi tự do.

■ PHƯƠNG PHÁP

– *Áp dụng các công thức về rơi tự do cho mỗi vật và suy ra liên hệ về đại lượng cần xác định.*

Nếu gốc thời gian không trùng với lúc buông vật, phương trình quãng đường rơi là :

$$s = \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$$

– *Có thể coi một vật là hệ quy chiếu và nghiên cứu chuyển động tương đối của vật kia.*

Ta luôn có :

$$\vec{a}_{21} = \vec{g} - \vec{g} = \vec{0}$$

Hai vật rơi tự do luôn chuyển động thẳng đều đối với nhau.

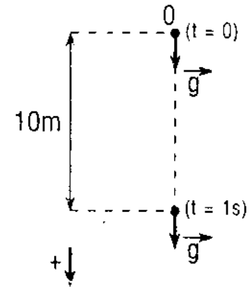
Thí dụ 10.1

Từ một đỉnh tháp người ta buông rơi một vật. Một giây sau ở tầng tháp thấp hơn 10m người ta buông rơi vật thứ hai.

Hai vật sẽ đụng nhau bao lâu sau khi vật thứ nhất được buông rơi ? ($g = 10m/s^2$)

GIẢI

Chọn hệ quy chiếu và gốc thời gian như hình vẽ.



Các phương trình tọa độ là :

$$\begin{cases} y_1 = \frac{1}{2}gt^2 (m) \\ y_2 = \frac{1}{2}g(t-1)^2 + 10 (m) \end{cases}$$

Khi đụng nhau : $y_2 = y_1$

$$\frac{g}{2}t^2 - gt + \frac{g}{2} + 10 = \frac{g}{2}t^2$$

$$\Rightarrow \quad t = 1{,}5s$$

Thí dụ 10.2

Sau 2s kể từ lúc giọt nước thứ hai bắt đầu rơi, khoảng cách giữa hai giọt nước là 25m.

Tính xem giọt nước thứ hai được nhỏ rơi trễ hơn giọt nước thứ nhất bao lâu ? (Lấy $g = 10m/s^2$)

GIẢI

– Đặt θ là khoảng thời gian giọt nước thứ hai được nhỏ rơi trễ hơn giọt nước thứ nhất. Ta có các phương trình quãng đường rơi của các giọt nước :

$$\begin{cases} s_1 = \frac{1}{2}g(t+\theta)^2 \\ s_2 = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

– Theo đề bài :

$$t = 2 : s_1 - s_2 = 25$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}g\left[(2+\theta)^2 - 2^2\right] = 25$$

$$\theta(\theta + 4) = 5$$

hay : $\theta^2 + 4\theta - 5 = 0$ ⟹ $\theta_1 = 1s$; $\theta_2 = -5s$ (loại)

Vậy giọt nước thứ hai rơi trễ hơn giọt nước thứ nhất 1s.

Thí dụ 10.3

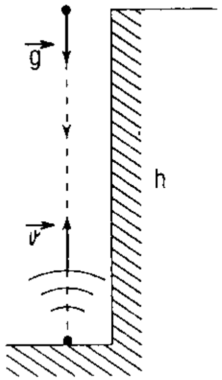
Từ vách núi, một người buông rơi một hòn đá xuống vực sâu. Từ lúc buông đến lúc nghe tiếng hòn đá chạm đáy vực hết 6,5s. Tính :

a) thời gian rơi.

b) khoảng cách từ vách núi tới đáy vực.

(Cho : $g = 10m/s^2$, vận tốc truyền của âm là 360m/s)

GIẢI



a) *Thời gian rơi* :

– Chọn gốc thời gian và chiều dương thích hợp, ta có phương trình quãng đường rơi và phương trình truyền âm là :

$$\begin{cases} s_1 = \frac{1}{2}gt^2 \\ s_2 = vt \end{cases}$$

Suy ra thời gian rơi và thời gian âm truyền :

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad ; \quad t_2 = \frac{h}{v}$$

– Theo đề ta có :

$$t_1 + t_2 = 6,5$$

Mặt khác :

$$\frac{gt_1^2}{2} = vt_2 \Rightarrow t_1^2 = 72t_2$$

Vậy :

$$\frac{t_1^2}{72} + t_1 = 6,5$$

$$\Rightarrow \quad t_1^2 + 72t_1 - 468 = 0$$

$$\Delta' = 36^2 + 468 = 1764$$

$\sqrt{\Delta'} = 42$ ⟹ $t_{11} = 6s$; $t_{12} < 0$ (loại)

b) *Khoảng cách* :

Ta có : $h = vt_2 = 360 \,.\, 0,5 = \mathbf{180m}$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

10.4 Các giọt nước rơi từ mái nhà xuống sau những khoảng thời gian bằng nhau. Giọt (1) chạm đất thì giọt (5) bắt đầu rơi. Tìm khoảng cách giữa các giọt kế tiếp nhau biết rằng mái nhà cao 16m. ($g = 10m/s^2$)

*ĐS : **1m; 3m; 5m; 7m.***

10.5 Hai giọt nước rơi ra khỏi ống nhỏ giọt cách nhau 0,5s.

a) Tính khoảng cách giữa hai giọt nước sau khi giọt trước rơi được 0,5s; 1s; 1,5s.

b) Hai giọt nước tới đất cách nhau một khoảng thời gian bao nhiêu ? ($g = 10m/s^2$)

ĐS : a) *1,25m; 3,75m; 6,25m*
b) *0,5s*

10.6*Một thang máy chuyển động lên cao với gia tốc $2m/s^2$. Lúc thang máy có vận tốc 2,4m/s thì từ trần thang máy có một vật rơi xuống. Trần thang máy cách sàn là h = 2,47m. Hãy tính trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất :

a) thời gian rơi
b) độ dịch chuyển của vật
c) quãng đường vật đã đi được.

ĐS : *0,64s; –0,52m; 1,06m*

BÀI TOÁN 11

Chuyển động của vật được ném *thẳng đứng* hướng xuống

■ PHƯƠNG PHÁP

– *Chuyển động có :*

* *gia tốc :* $\vec{a} = \vec{g}$
* *vận tốc đầu :* $\vec{v_0}$ *cùng hướng với* $\vec{a}$.

Chuyển động nhanh dần đều.
Phương trình :

$$s = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

(Chiều dương hướng xuống)

– *Nội dung bài toán được giải quyết bằng cách :*

* *Thiết lập các phương trình và thực hiện tính toán theo đề bài.*
* *Xét chuyển động tương đối nếu có nhiều vật chuyển động.*

Thí dụ 11.1

Ở một tầng tháp cách mặt đất 45m, một người thả rơi một vật. Một giây sau, người đó ném vật thứ hai xuống theo hướng thẳng đứng. Hai vật chạm đất cùng lúc.

Tính vận tốc ném vật thứ hai. ($g = 10m/s^2$)

GIẢI

Ta có các phương trình chuyển động :

$$\begin{cases} s_1 = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2(m) \\ s_2 = \frac{1}{2}g(t-1)^2 + v_{02}(t-1) \\ \quad = 5t^2 + (v_{02} - 10)t + (5 - v_{02})(m) \end{cases}$$

Với $s_1 = 45m$ ta suy ra :

$$t = \sqrt{\frac{2s_1}{g}} = 3s$$

Vậy : $2v_{02} + 20 = 45$

$v_{02} = $ *12,5m/s*

Thí dụ 11.2

Từ độ cao h = 20m, phải ném một vật thẳng đứng với vận tốc v_0 bằng bao nhiêu để vật này tới mặt đất sớm hơn 1s so với rơi tự do ?

(Lấy $g = 10m/s^2$)

GIẢI

– Các phương trình chuyển động :

$$\begin{cases} s = \dfrac{1}{2}gt^2 & \text{(rơi tự do)} \\ s' = \dfrac{1}{2}gt'^2 + v_0t' & \text{(ném thẳng đứng)} \end{cases}$$

Theo đề : $s = s' = h$ $\Rightarrow$ $t' < t$

$\Rightarrow$ $v_0 > 0$: phải ném hướng xuống.

Khi chạm đất :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2.20}{10}} = 2s$$

$$5t'^2 + v_0t' - 20 = 0$$

$$\Rightarrow \quad t' = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} - v_0}{g} = \frac{\sqrt{v_0^2 + 400} - v_0}{10}$$

– Theo đề :

$$t - t' = 1 \Rightarrow 2 - \frac{\sqrt{v_0^2 + 400} - v_0}{10} = 1$$

$$\sqrt{v_0^2 + 400} = v_0 + 10$$

$$\Rightarrow \quad v_0 = 15m/s$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

11.3 Một vật rơi tự do từ độ cao h. Cùng lúc đó một vật khác được ném thẳng xuống từ độ cao H (H > h) với vận tốc đầu v_0. Hai vật tới đất cùng lúc. Tìm v_0.

ĐS : $v_0 = \dfrac{H - h}{2h}\sqrt{2gh}$

11.4 Một vật được buông rơi tự do từ độ cao h. Một giây sau, cũng tại nơi đó, một vật khác được ném thẳng đứng hướng xuống với vận tốc v_0. Hai vật chạm đất cùng lúc. Tính h theo v_0 và g.

ĐS : $h = \dfrac{g}{8}\left(\dfrac{2v_o - g}{v_o - g}\right)^2$

§4. CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

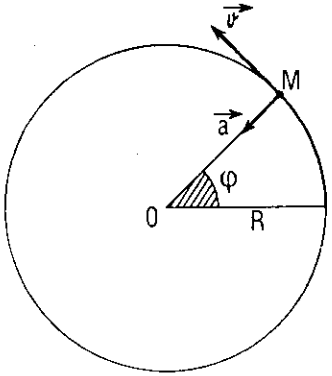
I. Tọa độ cong – Tọa độ góc :

– Tọa độ cong : $s = \overset{\frown}{AM}$

– Tọa độ góc : $\varphi = (\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OM})$

– Hệ thức liên lạc :

$$\boxed{s = R\varphi}$$



II. Vận tốc dài – Vận tốc góc :

– Vận tốc dài : $\boxed{v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \text{const}}$

– Vận tốc góc : $\boxed{\omega = \dfrac{\varphi}{t}}$

– Hệ thức liên lạc : $\boxed{v = R\omega}$

III. Chu kì quay – Tần số :

– Chu kì : $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{1}{n}}$

(n : số vòng quay/giây)

– Tần số : $\boxed{f = \dfrac{1}{T} = n}$

GHI CHÚ :

Vận tốc quay có thể diễn tả bằng tần số (số vòng quay trong mỗi giây) $f = n$.

Suy ra : $\omega = 2\pi n$.

IV. Gia tốc trong chuyển động tròn đều

Chuyển động tròn đều luôn có gia tốc :

$$\vec{a}\begin{cases} \bullet \text{ hướng tâm} \\ \bullet \text{ có độ lớn : } a = \dfrac{v^2}{R} = R\omega^2 = \text{const} \end{cases}$$

B. GIẢI TOÁN

BÀI TOÁN 12

Tính vận tốc, gia tốc của chuyển động tròn đều

■ PHƯƠNG PHÁP

– *Áp dụng các công thức của chuyển động tròn :*

$$\omega = 2\pi n = \frac{v}{R}; \qquad a = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

– *Nếu vật vừa quay tròn đều vừa tịnh tiến, ta để ý rằng :*

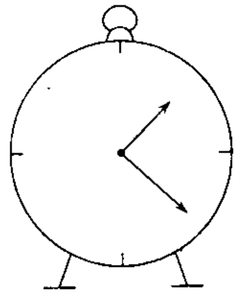
* *Khi vật có hình tròn lăn không trượt, độ dài cung quay của một điểm trên vành bằng quãng đường đi.*
* *Vận tốc của một điểm đối với mặt đất được xác định bằng công thức cộng vận tốc.*

Thí dụ 12.1

Một đồng hồ có kim giờ dài 3cm, kim phút dài 4cm. So sánh vận tốc góc và vận tốc dài của 2 đầu kim.

GIẢI

– Trong 1 giờ :



$$\begin{cases} \bullet \text{ kim phút quay 1 vòng} \\ \bullet \text{ kim giờ quay } \dfrac{1}{12} \text{ vòng.} \end{cases}$$

Vậy : $\dfrac{\omega_p}{\omega_g} = \dfrac{\varphi_p}{\varphi_g} = \mathbf{12}$

– Suy ra : $\dfrac{v_p}{v_g} = \dfrac{R_p}{R_g} \cdot \dfrac{\omega_p}{\omega_g} = \dfrac{4}{3} . 12 = \mathbf{16}$

Thí dụ 12.2

Một máy bay bổ nhào xuống mục tiêu rồi bay vọt lên theo một cung tròn bán kính R = 500m với vận tốc 800km/h.

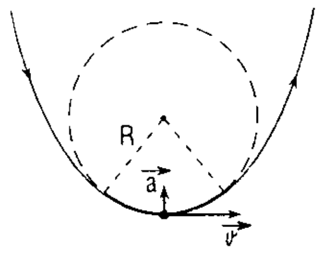
Tính gia tốc hướng tâm của máy bay.

GIẢI

Ta có : $a = \dfrac{v^2}{R}$

Theo đề :

$$\begin{cases} v = 800\text{km/h} = \dfrac{2.10^3}{9}\text{m/s} \\ R = 500\text{m} \end{cases}$$



Vậy : $a = \dfrac{2^2.10^6}{9^2.5.10^2} = \dfrac{4}{405}.10^4$

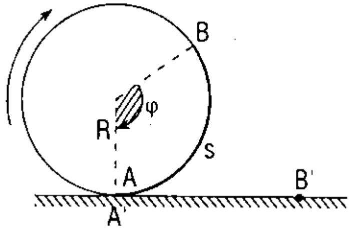
$\approx \mathbf{98{,}8m/s^2} \approx \mathbf{10g}$

Thí dụ 12.3

Một xe ôtô có bánh xe với bán kính 30cm, chuyển động đều. Bánh xe quay đều 10 vòng/s và không trượt.

Tính vận tốc của ôtô.

GIẢI



Khi bánh xe lăn không trượt, độ dài cung quay của một điểm trên vành bằng quãng đường xe đi.

Vậy : $s = R\varphi = A'B'$

Do đó : $v = \dfrac{A'B'}{t} = R.\dfrac{\varphi}{t} = R\omega$

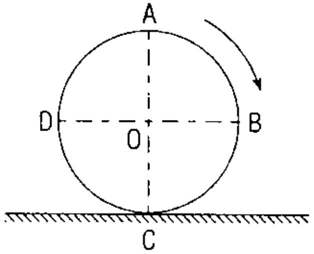
Theo đề : $\omega = 2\pi n = 20\pi$ (rad/s)

Vậy : $v = 0{,}3 \,.\, 3{,}14 \,.\, 20$

$\approx$ *18,6m/s*

Thí dụ 12.4

> Một vành tròn lăn không trượt với vận tốc không đổi v trên đường thẳng nằm ngang.
>
> Hãy xác định vận tốc tức thời so với mặt đất của các điểm A, B, C, D có vị trí như hình vẽ.



GIẢI

Xét điểm M bất kì trên vành. Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có :

$$\vec{v}_M = \vec{v}_{M/O} + \vec{v}_{O/đất} = \vec{v}_{M/O} + \vec{v}$$

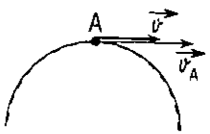
$\vec{v}_{M/O}$: vectơ vận tốc của M trong chuyển động quay tròn đều quanh tâm O.

$\vec{v}$: vận tốc lăn của vành.

Vành lăn không trượt nên : $|\vec{v}_{M/O}| = |\vec{v}|$

Ta suy ra :

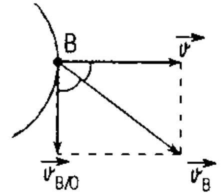
* $\vec{v}_A$:



Ta có : $\vec{v}_{A/O} = \vec{v}$

Do đó : $v_A = 2v$

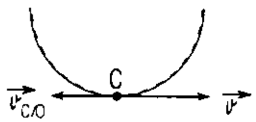
* $\vec{v}_B$:



Ta có : $\vec{v}_B = \vec{v}_{B/O} + \vec{v}$

$\Rightarrow$ $v_B = v\sqrt{2}$

* $\vec{v}_C$:

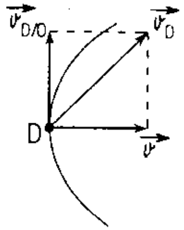


Ta có : $\vec{v}_{C/O} = -\vec{v}$

Do đó : $\vec{v}_C = \vec{v}_{C/O} + \vec{v} = \vec{0}$

(C : *tâm quay tức thời*)

* $\vec{v}_D$:



Ta có : $\vec{v}_D = \vec{v}_{D/O} + \vec{v}$

$\Rightarrow$ $v_D = v_B = v\sqrt{2}$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP :

12.5 Cho các dữ kiện sau :

– Bán kính trung bình của Trái Đất : R = 6400km

– Khoảng cách Trái Đất – Mặt Trăng : 384000km

– Thời gian Trái Đất quay 1 vòng quanh nó : 24 giờ

– Thời gian Mặt Trăng quay 1 vòng quanh Trái Đất : $2{,}36 \,.\, 10^6$s.

Hãy tính :

a) Gia tốc hướng tâm của một điểm ở xích đạo.

b) Gia tốc hướng tâm của Mặt Trăng trong chuyển động quanh Trái Đất.

ĐS : a) *$0{,}034 m/s^2$* b) *$27 \,.\, 10^{-4} m/s^2$*

12.6 Trái Đất quay chung quanh Mặt Trời theo một quỹ đạo coi như tròn, bán kính $R = 1{,}5 \,.\, 10^8$km. Mặt Trăng quay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo coi như tròn, bán kính $r = 3{,}8 \,.\, 10^5$km.

a) Tính quãng đường Trái Đất vạch được trong thời gian Mặt

Trăng quay đúng một vòng (1 tháng âm lịch).

b) Tính số vòng quay của Mặt Trăng quanh Trái Đất trong thời gian Trái Đất quay đúng một vòng (1 năm).

Cho : – Chu kì quay của Trái Đất :

$$T_Đ = 365{,}25 \text{ ngày}$$

– Chu kì quay của Mặt Trăng :

$$T_T = 27{,}25 \text{ ngày}$$

ĐS : a) *$70{,}3 . 10^{6}$km*
b) *13,4 vòng*

12.7 Trái Đất quay quanh trục bắc - nam với chuyển động đều mỗi vòng 24 h.

a) Tính vận tốc góc của Trái Đất.

b) Tính vận tốc dài của một điểm trên mặt đất có vĩ độ $\beta = 45^o$. Cho R = 6370km.

c) Một vệ tinh viễn thông quay trong mặt phẳng xích đạo và đứng yên đối với mặt đất (vệ tinh địa tĩnh) ở độ cao h = 36500km. Tính vận tốc dài của vệ tinh.

ĐS : a) *$7{,}3 . 10^{-5}$rad/s* b) *327m/s*
c) *3km/s*

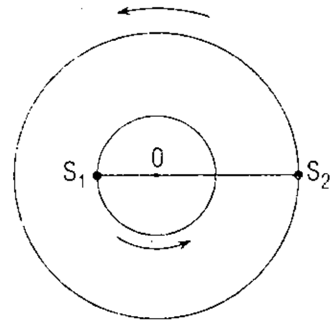
12.8 Trong máy cyclotron, các proton sau khi được tăng tốc thì đạt vận tốc 3000km/s và chuyển động tròn đều với bán kính R = 25cm.

a) Tính thời gian để 1 proton chuyển động $\frac{1}{2}$ vòng và chu kì quay của nó.

b) Giả sử cyclotron này có thể tăng tốc các electron tới được vận tốc xấp xỉ vận tốc ánh sáng. Lúc đó chu kì quay của các electron là bao nhiêu ?

ĐS : a) *$26{,}2 . 10^{-8}$s; $52{,}4 . 10^{-8}$s*
b) *$52{,}4 . 10^{-10}$s.*

12.9 Hình bên minh họa hai ngôi sao (gọi là sao kép) S_1 và S_2. Chúng vạch hai đường tròn đồng tâm O có bán kính khác nhau $R_1 = 2 . 10^{12}$m; $R_2 = 8 . 10^{12}$m.



Hai ngôi sao luôn luôn thẳng hàng với tâm O và vạch trọn 1 vòng quay sau 300 năm.

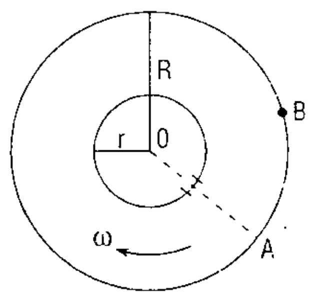
a) Tính thời gian để ánh sáng truyền từ sao này tới sao kia. (Cho : $c = 3 . 10^{8}$m/s).

b) Hình vẽ ứng với thời điểm gốc t = 0.

Trình bày vị trí của hai ngôi sao này ở các thời điểm t_1 = 75 năm; t_2 = 150 năm; t_3 = 225 năm cùng với các vectơ vận tốc của mỗi ngôi sao.

ĐS : a) *$3{,}3 . 10^{4}$s*

12.10* Một dụng cụ để đo vận tốc phân tử có cấu tạo như hình vẽ. Một dây phủ Ag đặt theo trục O của hai ống hình trụ có bán kính r, R. Dây này được đốt nóng bằng dòng điện để phóng ra các nguyên tử Ag.



Hai ống hình trụ liên kết với nhau và quay quanh trục với cùng vận tốc góc ω. Hình trụ bên trong có 1 khe hở để các nguyên tử Ag có thể bay vào hình trụ ngoài.

Khi hai hình trụ không quay, Ag bám vào ở A. Khi hai hình trụ quay đều, có Ag bám vào ở B cách A đoạn l.

Tính vận tốc các nguyên tử Ag.

ĐS : $v = \dfrac{\omega(R - r)R}{l}$

12.11* Một đĩa tròn bán kính R lăn không trượt ở vành ngoài của một đĩa cố định khác có bán kính 2R. Muốn lăn hết một vòng quanh đĩa lớn thì đĩa nhỏ phải quay mấy vòng quanh trục của nó ?

ĐS : 3 vòng

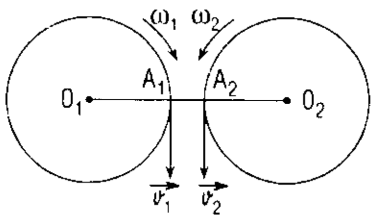
12.12* Có hai người quan sát A_1 và A_2 đứng trên hai bệ tròn quay ngược chiều nhau.

Cho : $O_1O_2 = 5m$;

$O_1A_1 = O_2A_2 = 2m$

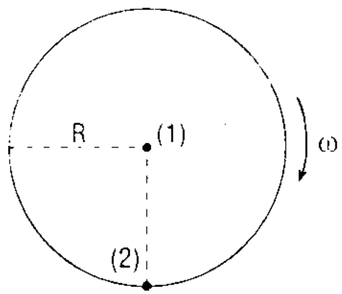
$\omega_1 = \omega_2 = 1$ rad/s

Tính vận tốc dài của A_1 đối với A_2 tại thời điểm hai người có vị trí như hình vẽ.



ĐS : $v_{12} = 1m/s$

12.13* Trong một trò chơi bắn bia, có một bệ tròn nằm ngang quay với *vận tốc góc ω* không đổi quanh một trục thẳng đứng. Đạn có chuyển động *thẳng đều* với vận tốc v.



Bán kính của bệ tròn là R. Trên hình vẽ, (1) là vị trí trục quay, (2) là một điểm trên mép của bệ.

Xác định *hướng bắn* để đạn trúng bia trong hai trường hợp :

– người bắn ở (2), bia đặt ở (1)

– người bắn ở (1), bia đặt ở (2)

ĐS : $\arcsin\frac{\omega R}{v}$; $\frac{\omega R}{v}$

§5. CHUYỂN ĐỘNG TRÒN BIẾN ĐỔI ĐỀU

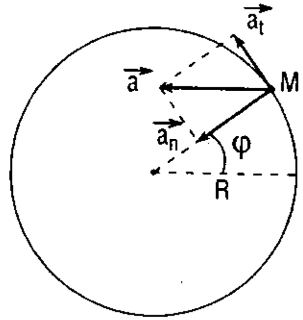
A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Gia tốc trong chuyển động tròn bất kì :

1. Vectơ gia tốc

Vectơ gia tốc $\vec{a}$ luôn hướng vào *bề lõm* của quỹ đạo.

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$
$$\begin{cases} a_t = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \\ a_n = \dfrac{v^2}{R} \end{cases}$$



2. Gia tốc góc :

– Ta có : $\alpha = \dfrac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$ (rad/s^2)

– Suy ra :

$\alpha = 0$: Chuyển động *tròn đều*

$\alpha = const$: Chuyển động *tròn biến đổi đều*

α *biến thiên* : Chuyển động *tròn biến đổi không đều*

II. Các phương trình của chuyển động tròn biến đổi đều :

1- Các phương trình về đại lượng theo chiều dài :

$$a_t = const$$
$$v = a_t t + v_0$$
$$s = \frac{1}{2}a_t t^2 + v_0 t + s_0$$
$$v^2 - v_0^2 = 2a_t(s - s_0)$$

GHI CHÚ

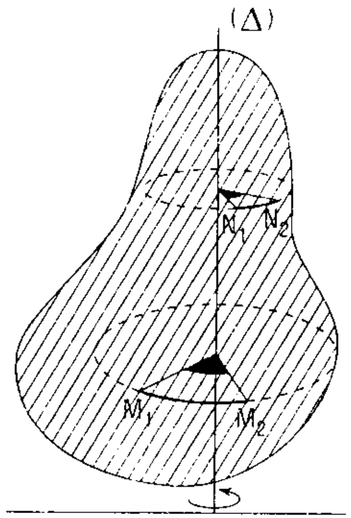
* $a_t . v_0 > 0$: Chuyển động tròn *nhanh dần đều*
* $a_t . v_0 < 0$: Chuyển động tròn *chậm dần đều.*

2- Các phương trình về đại lượng góc :

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{const} \\ \omega &= \alpha t + \omega_0 \\ \varphi &= \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \varphi_0 \\ \omega^2 - \omega_0^2 &= 2\alpha(\varphi - \varphi_0) \end{aligned}$$

GHI CHÚ :

* $\alpha\omega_0 > 0$: Chuyển động tròn *nhanh dần đều*
* $\alpha\omega_0 < 0$: Chuyển động tròn *chậm dần đều.*



III. Áp dụng vào chuyển động quay của vật rắn quanh một trục

– Quỹ đạo của các điểm ngoài trục quay là những *đường tròn đồng trục.*

– *Vận tốc góc* của các điểm ngoài trục quay đều bằng nhau.

– *Vận tốc dài* của các điểm tùy thuộc bán kính quỹ đạo tròn.

B. GIẢI TOÁN

BÀI TOÁN 13

Tính gia tốc, vận tốc, số vòng quay hay chiều dài cung quay trong chuyển động tròn biến đổi đều.

■ PHƯƠNG PHÁP :

– *Áp dụng công thức về gia tốc dài và gia tốc góc :*

$$* \; a_n = \frac{v^2}{R} ; \qquad a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} ; \; a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$* \; \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2(\varphi - \varphi_0)}$$

– *Tính chiều dài cung quay hay số vòng quay theo các công thức sau :*

$$* \; s - s_0 = \frac{1}{2}a_t t^2 + v_0 t = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_t} \; ; \; n = \frac{s - s_0}{2\pi R}$$

$$* \; \varphi - \varphi_0 = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha} \; ;$$

$$s = R(\varphi - \varphi_0) \; ; \qquad n = \frac{\varphi - \varphi_0}{2\pi}$$

– *Nếu chuyển động là sự quay của vật rắn, đưa về chuyển động tròn của một điểm.*

Thí dụ 13.1

Một chất điểm chuyển động tròn với gia tốc góc không đổi, vận tốc góc của nó biến thiên từ 60 vòng/phút tới 780 vòng/phút trong 2 phút. Tính :

a) Gia tốc góc.

b) Số vòng quay trong 2 phút đó.

GIẢI

a) Gia tốc góc :

Ta có : $\omega_1 = \dfrac{60 . 2\pi}{60} = 2\pi$ (rad/s)

$$\omega_2 = \frac{780 \, . \, 2\pi}{60} = 26\pi \text{ (rad/s)}$$

Suy ra :

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{24\pi}{120} = \frac{\pi}{5} (\text{rad/s}^2) \approx \boldsymbol{0{,}63 rad/s^2}$$

b) Số vòng quay :

Góc quay của chất điểm :

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\alpha} = \frac{(26\pi)^2 - (2\pi)^2}{\frac{2\pi}{5}} = 1680\pi$$

Số vòng quay :

$$n = \frac{\varphi - \varphi_0}{2\pi} = \frac{1680\pi}{2\pi} = \textbf{840 vòng}$$

Thí dụ 13.2

Một đồng hồ có kim giờ, kim phút và kim giây. Coi chuyển động quay của các kim là đều. Hãy tính :

a) Vận tốc góc của các kim.

b) Vận tốc dài của đầu kim giây. Biết kim này có chiều dài l = 1,2cm.

c) Các giờ mà kim giờ và kim phút trùng nhau.

GIẢI

a) Vận tốc góc :

– Kim giây quay 1 vòng tròng 60s :

$$T_1 = 60\text{s} \Rightarrow \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{60} \approx \boldsymbol{0{,}105 rad/s}$$

– Kim phút quay 1 vòng trong 1 giờ :

$$T_2 = 3600\text{s} \Rightarrow \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{3600} \approx 1{,}75 \, . \, 10^{-3} \text{rad/s}$$

– Kim giờ quay 1 vòng trong 12 giờ :

$$T_3 = 12 \, . \, 3600\text{s} \Rightarrow \omega_3 = \frac{2\pi}{T_3} = \frac{2\pi}{12 \, . \, 3600} \approx \boldsymbol{1{,}45 \, . \, 10^{-4} rad/s}$$

b) Vận tốc dài của đầu kim giây :

Ta có : $v_1 = l\omega_1 = 1{,}2 \, . \, 10^{-2} \, . \, 0{,}105 \approx \boldsymbol{1{,}3 mm/s}$

c) Giờ mà hai kim trùng nhau :

Chọn t = 0 lúc 2 kim giờ và phút trùng nhau (0h00 sáng).

Hai kim lại trùng nhau vào lúc t_n mà kim phút quay được hơn kim giờ n vòng.

$$\varphi_2 - \varphi_3 = n \, . \, 2\pi \; (n \in N)$$

Suy ra : $(\omega_2 - \omega_3)t_n = n \, . \, 2\pi$

Do đó : $t_n = \dfrac{2\pi}{\omega_2 - \omega_3} \cdot n$

Thay $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ ta có : $t_n = \dfrac{T_2 \, . \, T_3}{T_3 - T_2} \cdot n$

Dùng đơn vị giờ ta được : $t_n = \dfrac{12}{11} \cdot n$

Thí dụ :

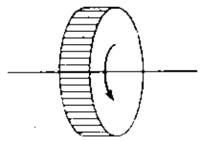
n = 0 : *t_o = 0h*
n = 1 : *t_1 = 1h5ph27s*
n = 2 : *t_2 = 2h10ph54s*
...
n = 22 : *t_{22} = 24h.*

Thí dụ 13.3

> Một vô lăng bắt đầu quay với gia tốc góc không đổi. Khi quay được 1/10 vòng, vận tốc góc của nó là $20s^{-1}$.
>
> Tính gia tốc của vô lăng.

GIẢI

Ta có : $\omega^2 = 2\alpha\varphi$



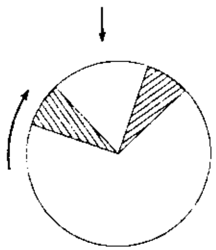
Suy ra : $\alpha = \dfrac{\omega^2}{2\varphi} = \dfrac{20^2}{2 \cdot \dfrac{2\pi}{10}}$

$= \dfrac{10^3}{\pi} \approx 318 rad/s^2$

Thí dụ 13.4

> Một đĩa chia thành n hình quạt đều nhau quay chậm dần đều. Một kim chỉ thị gắn ở ngoài gần mép đĩa. Hình quạt thứ nhất đi qua kim trong thời gian $t_1 = 4s$. Hình quạt thứ hai đi qua kim trong thời gian $t_2 = 5s$. Sau đó, đĩa quay thêm được góc $\varphi = 0{,}75\pi$ rồi dừng lại.
>
> Tính gia tốc góc của đĩa.

GIẢI



Đặt α : góc ở tâm của mỗi hình quạt.

Ta có : $\begin{cases} \alpha = \dfrac{1}{2}\alpha \cdot 4^2 + 4\omega_0 \\ 2\alpha = \dfrac{1}{2}\alpha \cdot 9^2 + 9\omega_0 \end{cases}$

Suy ra : $\dfrac{81}{2}\alpha + 9\omega_0 = 2(8\alpha + 4\omega_0) \quad \Rightarrow \omega_0 = -\dfrac{49}{2}\alpha.$

Vận tốc góc ngay lúc hình quạt thứ hai vừa qua khỏi kim :

$$\omega = 9\alpha + \omega_0$$

Vậy : $-(9\alpha + \omega_0)^2 = 2\alpha\varphi = 1{,}5\pi\alpha$

Do đó : $\left(9\alpha - \dfrac{49}{2}\alpha\right)^2 = -1{,}5\pi\alpha$

Suy ra : $\dfrac{31^2}{4}\alpha^2 + 1{,}5\pi\alpha = 0$

$$\Rightarrow \alpha\left[\frac{31^2}{4}\alpha + 1{,}5\pi\right] = 0$$

Vì $\alpha \neq 0$, ta có : $\alpha = -\dfrac{1{,}5\pi \cdot 4}{31^2} \approx -0{,}02 rad/s^2$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP :

13.5 Một chất điểm chuyển động tròn với gia tốc góc không đổi $\alpha = 2 rad/s^2$ từ trạng thái đứng yên. Tính :

a) Vận tốc góc ở thời điểm t.

b) Tọa độ góc ở thời điểm t.

c) Vận tốc,gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến cùng ở thời điểm t.

ĐS : a) $\omega = \alpha t$

b) $\varphi = \dfrac{1}{2}\alpha t^2$

c) $a_t = \alpha R;\ a_n = R\alpha^2 t^2$

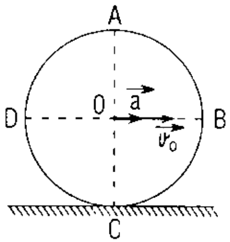
13.6 Một tàu hỏa chuyển động chậm dần đều trên quãng đường s = 800m có dạng cung tròn bán kính R = 800m. Vận tốc ở đầu quãng đường là v_0 = 54km/h và ở cuối quãng đường là v = 18km/h. Tính :

a) Gia tốc toàn phần của tàu tại điểm đầu và điểm cuối của quãng đường.

b) Thời gian cần thiết để tàu đi hết quãng đường đó.

(Thi Học sinh giỏi Vật lí – K. 10 – 82-83)

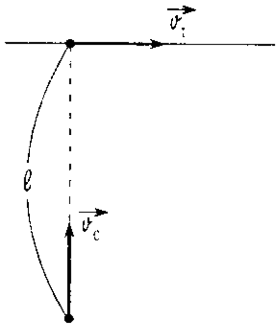
13.7*



Một vành tròn lăn không trượt. Tâm vành có gia tốc không đổi $\vec{a}$ và vận tốc đầu $\vec{v}_0$.

Sau t giây, vành có vị trí như hình vẽ. Hãy xác định các vectơ gia tốc của những điểm A, B, C, D.

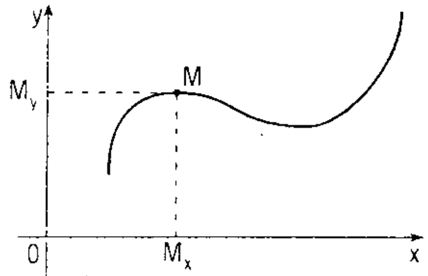
13.8* Một con chó săn đuổi theo một con thỏ. Thỏ chạy theo đường thẳng với vận tốc $\vec{v}_t$ không đổi. Khi chó nhìn thấy thỏ thì hai con vật cách nhau khoảng l. Chó chạy với vận tốc $\vec{v}_c$ có độ lớn không đổi nhưng $\vec{v}_c$ luôn hướng về vị trí thỏ. Tính gia tốc tức thời của chó lúc bắt đầu đuổi thỏ.



ĐS : $a = \dfrac{v_t \cdot v_c}{l}$

§6. KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ

A.TÓM TẮT GIÁO KHOA



I. Nguyên tắc

– Hình chiếu của vật M trên các trục tọa độ :

- chuyển động *thẳng*
- có tính chất của chuyển động *độc lập với nhau.*

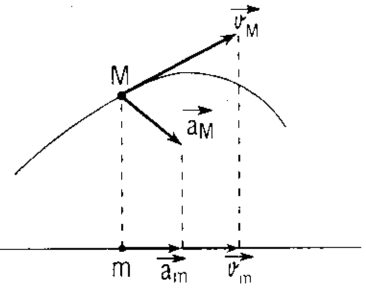
– Biết chuyển động của các hình chiếu có thể suy ra chuyển động thực của vật

II. Gia tốc và vận tốc của hình chiếu.

Ta có :

$$\vec{a}_m = Ch . (\vec{a}_M)$$

$$\vec{v}_m = Ch . (\vec{v}_M)$$

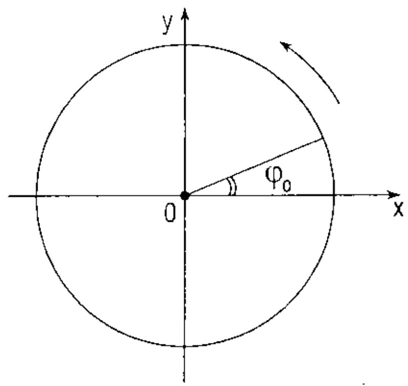


B.GIẢI TOÁN

BÀI TOÁN 14

Định các đặc điểm chuyển động của hình chiếu

Thí dụ 14.1



Có một vật chuyển động tròn đều với vận tốc góc ω trên đường tròn tâm O bán kính R theo các điều kiện như hình vẽ.

a) Viết phương trình chuyển động của vật về tọa độ góc φ.

b) Chiếu vật lên các trục Ox và Oy. Nghiên cứu chuyển động của các hình chiếu này.

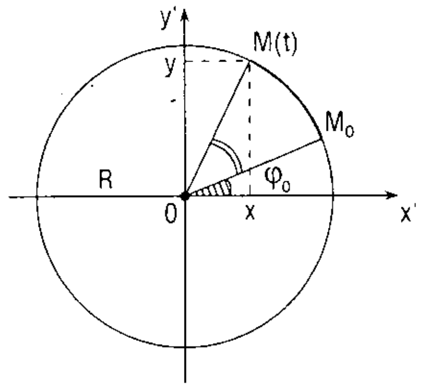
GIẢI

a) Phương trình về tọa độ góc

Chọn t = 0 khi vật ở M_0 có tọa độ góc φ_0.

Ở thời điểm t, góc quay là ωt.

Do đó : $\varphi = \omega t + \varphi_0$



b) Chuyển động của hình chiếu.

Tọa độ các hình chiếu :

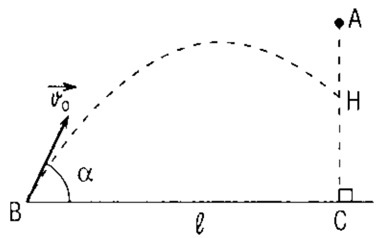
* *Trên Ox' :* $x = R\cos\varphi$

$\Rightarrow$ $\boldsymbol{x = R\cos(\omega t + \varphi_0)}$

* *Trên Oy' :* $y = R\sin\varphi$

$\Rightarrow$ $\boldsymbol{y = R\sin(\omega t + \varphi_0)}$

Thí dụ 14.2



Từ A thả một vật rơi tự do. Đồng thời từ B ném một vật khác tạo góc α với phương ngang sao cho hai vật đụng nhau trên không.

a) Chứng tỏ α không phụ thuộc $|\vec{v}_0|$

b) Tính α khi $H = l\sqrt{3}$

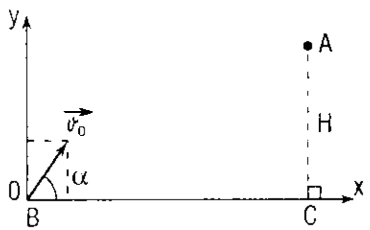
GIẢI

Ta áp dụng phương pháp toạ độ để nghiên cứu chuyển động của mỗi vật.

a) α không phụ thuộc $|\vec{v}_0|$

Vật A $\begin{cases} \vec{a} = \vec{g} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \\ \vec{v}_0 = \vec{0} \\ x_0 = l;\ y_0 = H \end{cases}$

Vật B $\begin{cases} \vec{a} = \vec{g} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \\ \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha \end{cases} \\ x_0 = 0;\ y_0 = 0 \end{cases}$



Tương tự như việc khảo sát vật ném xiên của bài học, ta suy ra :

$$A \begin{cases} x_A = l = const \\ y_A = -\frac{1}{2}gt^2 + H \end{cases} \qquad B \begin{cases} x_B = v_0 . \cos\alpha . t \\ y_B = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha t \end{cases}$$

Khi gặp nhau :

$$\begin{cases} x_B = x_A \Rightarrow v_0 . \cos\alpha . t = l \\ y_B = y_A \Rightarrow v_0 . \sin\alpha . t = H \end{cases}$$

Vậy : $tg\,\alpha = \dfrac{H}{l}$

b) Tính α với $H = l\sqrt{3}$.

Với $H = l\sqrt{3}$ ta có : $tg\,\alpha = \dfrac{H}{l} = \sqrt{3}$

Vậy : $\boldsymbol{\alpha = 60^o}$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

14.3 Lúc 6h30 sáng một xe chuyển động thẳng đều từ A về B với vận tốc 36km/h. Sau đó 15 phút, một xe khác chuyển động thẳng đều từ B về A với vận tốc $27kmh^{-1}$. Cho AB = 72km. Chọn gốc tọa độ là điểm O ở trên đường trung trực của AB và cách đường thẳng AB đoạn d = 1km.

a) Lập các phương trình chuyển động của hai xe.

b) Xác định lúc và nơi hai xe gặp nhau.

ĐS : b) ***1,25h ; 9km ; 1km***

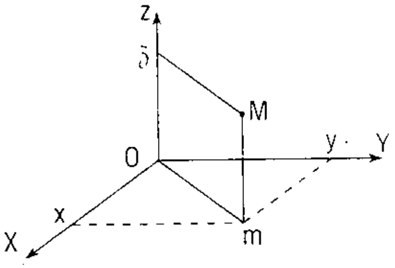
14.4 Ở một khúc sông thẳng, vận tốc của dòng nước tăng tỉ lệ thuận với khoảng cách từ bờ. Vận tốc của dòng nước sát bờ là 0 và vận tốc dòng nước ở ngay giữa sông là v_0.

Một thuyền chạy băng qua dòng sông với vận tốc có độ lớn không đổi u và hướng luôn vuông góc với vận tốc chảy của dòng nước.

Biết bề rộng của sông là c, hãy tính quãng đường mà thuyền bị dòng nước cuốn đi khi băng ngang qua sông.

$$ĐS : s = \frac{v_0 c}{2u}$$

14.5* Một vật chuyển động trong không gian. Vị trí của vật được xác định bởi hệ quy chiếu OXYZ.



Phương trình chuyển động của hình chiếu lên 3 trục là :

$$\begin{cases} x = a\sin \alpha t \\ y = a\cos \alpha t \\ z = bt \end{cases}$$

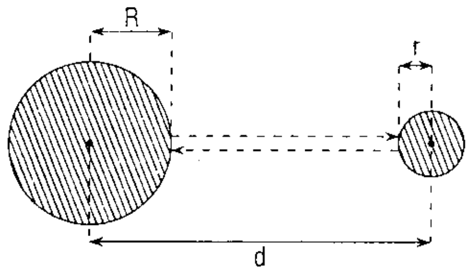
(a, b, α : hằng số; t : thời gian)

Hãy xác định *quỹ đạo*, *vectơ vận tốc* và *vectơ gia tốc* của vật.

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP LUYỆN TẬP – Phần ĐỘNG HỌC

1.3 Ta có :

$$t = \frac{2s}{c} = \frac{2[d - (R + r)]}{c}$$

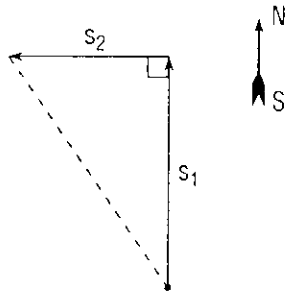


Do đó : $d = \frac{ct}{2} + (R + r) = \frac{3 . 10^8 . 2,5}{2} + 8,14 . 10^6$

$= 3,8314 . 10^8 m = \mathbf{383140km}$

1.4 Theo đề : $s_1 = vt_1$; $s_2 = vt_2$;

$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$$



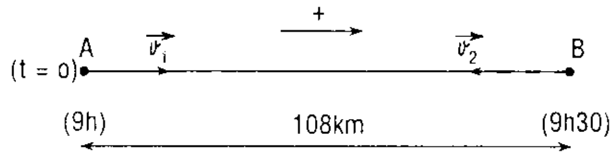
$$\Rightarrow \quad s = v\sqrt{t_1^2 + t_2^2}$$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{s}{\sqrt{t_1^2 + t_2^2}}$$

Vậy : $v = \frac{1000}{40\sqrt{4^2 + 3^2}}$

$= 5ms^{-1} = \mathbf{18km/h}$

2.3



Chọn các điều kiện đầu như biểu thị trên hình.

$$(1) \begin{cases} v_1 = 36km/h \\ t_{01} = 0 \\ x_{01} = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 36t \text{ (km; h)};$$

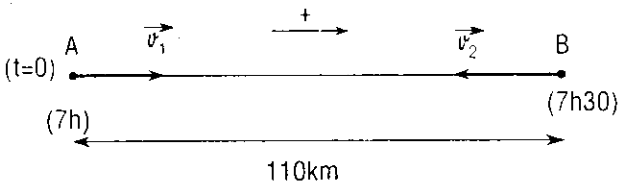
$$(2) \begin{cases} v_2 = -54km/h \\ t_{02} = 0,5h \\ x_{02} = 108km \end{cases} \Rightarrow x_2 = -54(t - 0,5) + 108 \text{ (km; h)}$$

Khi gặp nhau : $x_2 = x_1$

$$\Rightarrow -54t + 135 = 36t \Rightarrow t = \frac{135}{90} = 1{,}5h$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2 = 54km$$

2.4



a) Tương tự bài trên ta lập được các phương trình chuyển động :

$$\begin{cases} x_1 = 40t (km; h) \\ x_2 = -50(t - 0{,}5) + 110 (km; h) \end{cases}$$

Suy ra :

* $8h (t = 1h)$: $x_1 = 40km$; $x_2 = 85km$; $d = x_2 - x_1 = 45km$

* $9h (t = 2h)$: $x_1 = 80km$; $x_2 = 35km$; $d = x_1 - x_2 = 45km$

b) Khi gặp nhau :

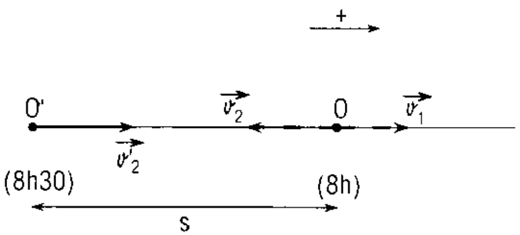
$$x_2 = x_1 \Rightarrow t = 1{,}5h\ (8h30)\ ;\ x_1 = x_2 = 60km$$

2.5 Ta có : $OO' = s = v_2 t = 12 . 0{,}5 = 6km$

Chọn : * gốc tọa độ : O

* chiều + : $\vec{v_1}$

* gốc thời gian : 8h



Suy ra :

$$(1) \begin{cases} v_1 = 4km/h \\ t_{01} = 0 \\ x_{01} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 4t (km; h) ;$$

$$(2) \begin{cases} v'_2 = 12kmh^{-1} \\ t_{02} = 1h \\ x_{02} = -6km \end{cases} \Rightarrow x_2 = 12(t - 1) - 6 \ (km; h)$$

Gặp nhau :

$$x_2 = x_1 \Rightarrow 12t - 18 = 4t \Rightarrow \quad t = 2{,}25h\ (10h15ph)$$
$$x = 9km$$

3.5 a)

Xe (1)
- chuyển động *ngược chiều* ⊕
- $v_1 = -\frac{80}{6} = -\frac{40}{3}$ km/h
- lúc t = 0 (bắt đầu xét chuyển động), có tọa độ 80km.
- tới gốc tọa độ lúc t = 6h

(tương tự đối với hai xe kia).

b) $x_1 = -\frac{40}{3}t + 80\ (km; h)$ $(0 < t \le 6h)$

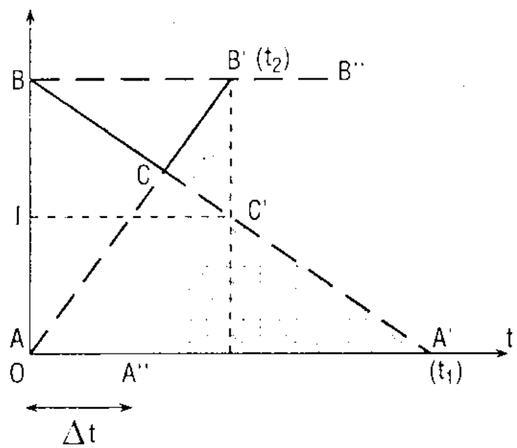
$x_2 = 10(t - 1) + 20 = 10t + 10\ (km; h)$ $(t > 1h)$

$x_3 = 10t + 40\ (km; h)$ $(0 < t \le 4h)$

c) $\begin{cases} t = 3h \\ x = 40km \end{cases}$; $\begin{cases} t = \frac{12}{7}h \approx 1{,}7h \\ x = \frac{400}{7}km \approx 57km \end{cases}$

3.6 *Chọn* :
- chiều ⊕ : A ⟶ B
- gốc thời gian : lúc xuất phát chung.

Đồ thị của các chuyển động



• Đồ thị của chuyển động hiện tại :

ACA′ và BCB′

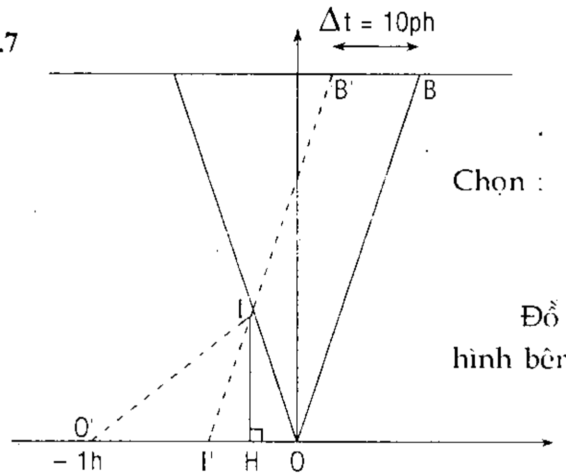
• Đồ thị của chuyển động đang tìm :

A″C′A′ và BC′B″

Thời gian Δt mà tàu từ A khởi hành trễ hơn xác định bởi :

$$t_1 - \Delta t = t_2 + \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{t_1 - t_2}{2} = \boldsymbol{0{,}75h}$$

3.7



Chọn :
- chiều ⊕ : Trạm ⟶ nhà máy
- gốc thời gian : thời điểm xe đón ở trạm thường ngày

Đồ thị các chuyển động cho bởi hình bên. (không theo tỉ xích)

Thời gian đi bộ t của viên kĩ sư được biểu diễn bởi đoạn O′H.

Tam giác cân OII′ cho :

$$HO = \frac{\Delta t}{2} = 5 \text{ phút}$$

$$\Rightarrow \quad t = O'O - HO = \textit{55 phút}$$

4.7 Khoảng cách giữa hai chuyến xe :

$$s = 30 \cdot \frac{1}{6} = 5\text{km}$$

Vận tốc tương đối của người đi xe đạp đối với xe buýt :

$$\vec{V} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \Rightarrow V = v_2 + v_1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{s}{V} = \Delta t \quad \text{hay} \quad v_2 = \frac{s}{\Delta t} - v_1 = \textit{10km/h}$$

4.8 Đặt $\begin{cases} v_1 : \text{vận tốc phà (so với nước)} \\ v_2 : \text{vận tốc dòng nước.} \end{cases}$

• *Chạy xuôi dòng :* $t_1 = \dfrac{s}{v_1 + v_2}$

• *Chạy ngược dòng :* $t_2 = \dfrac{s}{v_1 - v_2}$

$$t_2 = 2t_1 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{3}$$

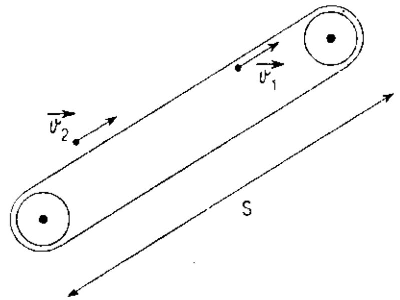
Thời gian trôi theo dòng : $t = \dfrac{s}{v_2} = 4t_1 = \textit{12 giờ}$

4.9 Khi thang chuyển động mà người bước lên thì vận tốc người đối với thang lúc đó bằng vận tốc người đối với đất lúc thang ngừng.

Do đó :

– *thang chạy :* $t_1 = \dfrac{s}{v_1}$

– *thang ngừng :* $t_2 = \dfrac{s}{v_2}$



– *thang chạy, người bước lên :*

$$V = v_1 + v_2 \Rightarrow t = \frac{s}{v_1 + v_2}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \Rightarrow t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \textit{0,75 phút}$$

4.10 *Chiều dài* đợt tín hiệu và *thời gian* thu tín hiệu đều tùy thuộc vận tốc tương đối của âm so với tàu.

• *Phát tín hiệu :*

$\vec{V} = \vec{u} - \vec{v} \quad \Rightarrow V = u - v$

$\Rightarrow l = (u - v)t_0$

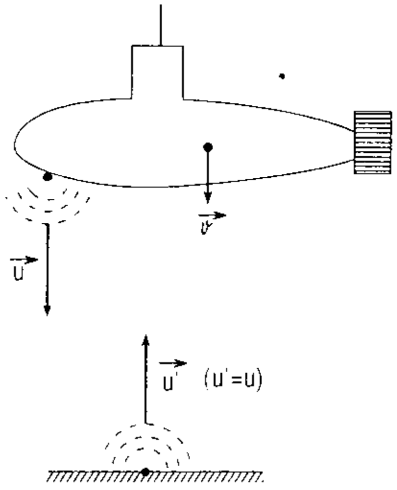
• *Thu tín hiệu :*

$\vec{V'} = \vec{u'} - \vec{v}$

$\Rightarrow V' = u + v$

$\Rightarrow t = \dfrac{l}{u + v} = \dfrac{(u - v)t_0}{u + v}$

Vậy : $v = \dfrac{t_0 - t}{t_0 + t} u$



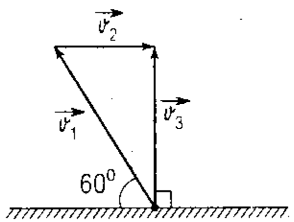
4.11 – Vì vận tốc của thuyền so với nước là *không đổi* nên thời gian thuyền chạy từ lúc bắt đầu xuôi dòng cho đến khi đuổi kịp bè cũng bằng thời gian ngược dòng từ lúc gặp bè đến lúc hỏng động cơ.

$$t_2 = t_1 = 1h$$

– Quãng đường 7,5km gồm quãng đường bè trôi trong thời gian $(t_1 + t_2)$ và thời gian t' sửa động cơ.

Suy ra : $v_{bè} = v_{nước} = \dfrac{s}{t_1 + t' + t_2} = \dfrac{7,5}{2,5} = \mathbf{3,0km/h}$

4.12 a) – Trong thời gian t_1 = 1 phút 40 giây = 100s, nước chảy được đoạn s = BC = 200m.



Vận tốc nước chảy :

$$v_2 = \frac{s}{t_1} = \mathbf{2m/s}$$

– Công thức cộng vận tốc cho :

$$\vec{v_3} = \vec{v_1} + \vec{v_2}$$

Suy ra : $v_1 = 2v_2 = \mathbf{4m/s}$

b) Nếu nước không chảy, ở lần sang sông thứ nhất canô đến B. Suy ra : $AB = d = v_1t_1 = \mathbf{400m}$.

c) Vận tốc canô đối với bờ lần sau là :

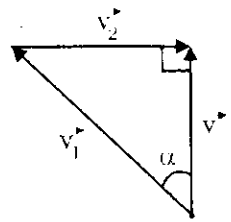
$$v_3 = \frac{v_1\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}ms^{-1}$$

Thời gian sang sông lần sau :

$$t_2 = \frac{d}{v_3} = \frac{200}{\sqrt{3}} \approx \mathbf{116s}$$

4.13 a) Trong thời gian t_1 = 10 phút = 600s, nước chảy được đoạn BC. Do đó :

$$v_2 = \frac{BC}{t_1} = \frac{120}{600} = 0,2ms^{-1}$$



Lần sang sông thứ hai, vận tốc của thuyền đối với bờ được cho bởi :

$$\vec{v_3} = \vec{v_1} + \vec{v_2} \quad \Rightarrow \quad v_3 = \sqrt{v_1^2 - v_2^2}$$

Lần sang sông thứ nhất, nếu nước không chảy, thuyền tới B (với vận tốc v_1).

$$AB = l = v_1t_1 = v_3t_2 \Rightarrow v_3 = \frac{4}{5}v_1$$

$$\Rightarrow \quad v_1 = \frac{5}{3}v_2 = \frac{1}{3}ms^{-1} = \mathbf{1,2km/h}$$

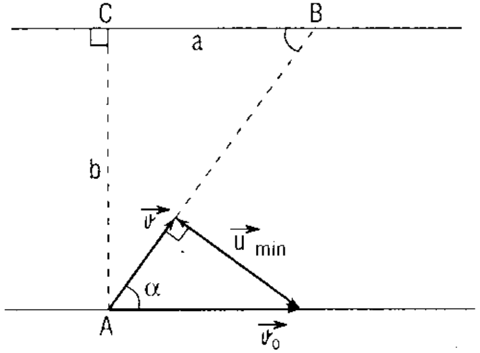
Do đó : $l = v_1t_1 = \mathbf{200m}$.

b) Góc α xác định bởi : $\sin\alpha = \dfrac{v_2}{v_1} = 0,6$

$$\alpha = \arcsin 0,6 \approx 37^o$$

4.14 Đặt $\begin{cases} \vec{v} & : \text{vận tốc của thuyền đối với bờ} \\ \vec{u}_{min} & : \text{vận tốc phải tìm.} \end{cases}$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}_{min}$$



$\vec{v}$ phải có hướng $\overrightarrow{AB}$ ⇒ $|\vec{u}_{min}|$ nhỏ nhất khi $\vec{u}_{min}$ có phương *vuông góc* với AB. Tính chất của Δ đồng dạng cho :

$$|\vec{u}_{min}| = u_{min} = u_0 . \sin\alpha = \frac{bv_0}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

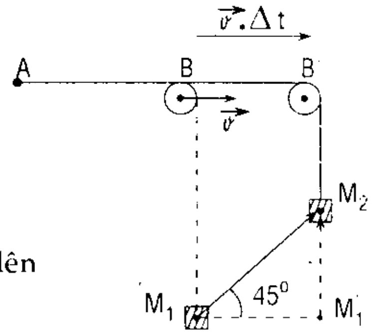
4.15 Xét khoảng thời gian Δt.

B vạch $\overrightarrow{BB'} = \vec{s} = \vec{v}.\Delta t$

* Đối với hệ quy chiếu B,

vật vạch $\overrightarrow{M'_2M_2} = \vec{s'}$ ($M'_1M_2 = BB'$).

$$\vec{v'} = \frac{\vec{s'}}{\Delta t} \text{ có } \begin{cases} \bullet \text{ hướng thẳng đứng đi lên} \\ \bullet \text{ độ lớn } |\vec{v'}| = |\vec{v}| \end{cases}$$

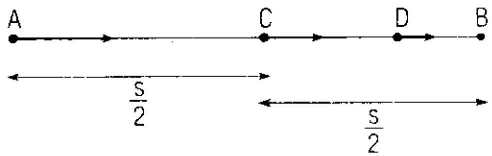


* Đối với hệ quy chiếu mặt đất, vật vạch

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \vec{s''} = \overrightarrow{M_1M'_1} + \overrightarrow{M'_1M_2} \text{ . Suy ra :}$$

$$\vec{v''} = \frac{\vec{s''}}{\Delta t} = (\vec{v} + \vec{v'}) \begin{cases} \bullet \text{ hướng nghiêng } 45^o \text{ đi lên} \\ \bullet\ |\vec{v''}| = |\vec{v}|\sqrt{2} \end{cases}$$

5.4 Vận tốc trung bình trên cả đoạn đường :



$$\bar{v} = \frac{s}{t_1 + t_2}$$

Nhưng : $t_1 = \frac{s}{2v_1}$; $\frac{s}{2} = (\bar{v}_2 + \bar{v}_3)\frac{t_2}{2}$

Do đó : $\bar{v} = \dfrac{s}{\dfrac{s}{2v_1} + \dfrac{s}{\bar{v}_2 + \bar{v}_3}}$ ⇒ $\bar{v} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{2v_1} + \dfrac{1}{\bar{v}_2 + \bar{v}_3}} \approx$ ***9,7km/h***

5.5 * Ôtô (I) : $t_1 = \dfrac{l}{2v_1} + \dfrac{l}{2v_2} = \dfrac{l}{2}\left(\dfrac{v_1 + v_2}{v_1v_2}\right)$

* Ôtô (II) : $t_2 = \dfrac{2l}{v_1 + v_2}$

Suy ra :

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{(v_1 - v_2)^2 l}{2v_1v_2(v_1 + v_2)} > 0 \Rightarrow \begin{cases} \bullet \text{ (II) tới nơi trước} \\ \bullet \text{ thời gian} : \Delta t \end{cases}$$

5.6 Thời gian chuyển động của hai xe :

$$t = \frac{AC}{v_2}$$

Quãng đường vật (1) đi được :

$$s = AB + BC = AC(\cos 30^o + \cos 60^o)$$

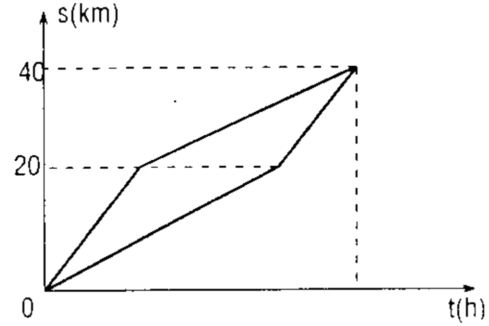
Do đó : $\bar{v}_1 = \dfrac{s}{t} = \dfrac{v_2}{2}(\sqrt{3} + 1) = 3(\sqrt{3} + 1) \approx$ ***8,1m/s***

5.7 Ta có đồ thị sau :

– Mỗi người đi nửa quãng đường bằng đi bộ và nửa quãng đường bằng xe đạp.

Thời gian : $t = \dfrac{s}{2v_1} + \dfrac{s}{2v_2}$

= 5h20 phút



Suy ra : $\bar{v} = \frac{s}{t} = 7{,}5km/h$

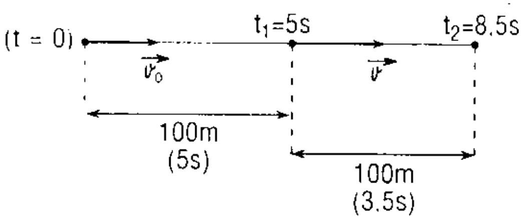
– Xe đạp không sử dụng trong nửa thời gian chuyển động tức *2h40 phút.*

6.8 Áp dụng công thức :

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

6.9 Áp dụng công thức :

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$



$$\begin{cases} * \text{ Với } t_1 = 5s: \ s_1 = \frac{25}{2}a + 5v_0 = 100 & (1) \\ * \text{ Với } t_2 = 8{,}5s: \ s_2 = \frac{72{,}25}{2}a + 8{,}5\,v_0 = 200 & (2) \end{cases}$$

Giải (1) và (2) : $a \approx 2m/s^2$

6.10 Đặt l : chiều dài của một toa tàu. Theo giả thiết của đề :

$$\begin{cases} l = \frac{1}{2}a(5)^2 + v_0(5) = \frac{25}{2}a + 5v_0 & (1) \\ 2l = \frac{1}{2}a(50)^2 + v_0(50) = \frac{2500}{2}a + 50v_0 & (2) \\ -v_0^2 = 2as = 150a & (3) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình (1), (2), (3) ta có :

$$a \approx -0{,}16m/s^2$$

6.11 Theo giả thiết của đề :

$$\begin{cases} v_1^2 = 2a_1s_1 \Rightarrow \Delta v^2 = 2a_1s_1 \quad (s_1 = 1km) \\ v_2^2 - v_1^2 = 2a_2s_2 \Rightarrow \frac{5\Delta v^2}{4} = 2a_2s_2 \quad (s_2 = 1km) \end{cases}$$

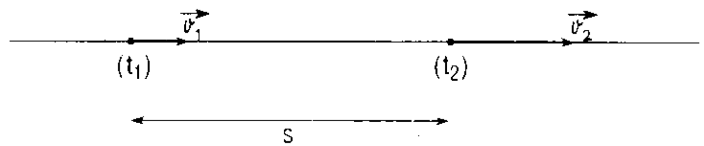
Do đó : $\frac{a_2}{a_1} = \frac{5}{4} > 1 \Rightarrow a_2 > a_1$

6.12 Tương tự bài **6.11** :

$$\left.\begin{matrix} v_1^2 = 2as \\ v_2^2 = 2a(2s) \end{matrix}\right\} \Rightarrow v_2 = v_1\sqrt{2} \approx 14{,}1ms^{-1}$$

Do đó : $\Delta v = v_2 - v_1 \approx 14{,}1 - 10 = 4{,}1m/s$

6.13

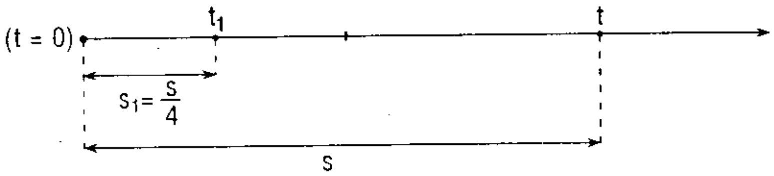


Vận tốc trung bình : $\bar{v} = \frac{s}{t_2 - t_1}$

Nhưng : $s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$; $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(v_2 - v_1)} \cdot \frac{(t_2 - t_1)}{(t_2 - t_1)} = \frac{v_2 + v_1}{2}$$

6.14



Theo giả thiết của đề : $s = \frac{1}{2}at^2$; $s_1 = \frac{1}{2}at_1^2$

$$\Rightarrow \quad \frac{t_1}{t} = \sqrt{\frac{s_1}{s}} = \frac{1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{t}{2}$$

Thời gian đi $\frac{3}{4}$ đoạn đường cuối :

$$\Delta t = t - t_1 = \frac{t}{2}$$

6.15 Đặt l : chiều dài mỗi toa tàu. Theo giả thiết của đề :

$$\left.\begin{array}{l} l = \frac{1}{2}at^2 \\ nl = \frac{1}{2}at''^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{t''}{t} = \sqrt{n} \text{ hay } t'' = t\sqrt{n}$$

Tương tự : $(n - 1)l = \frac{1}{2}at'^2 \Rightarrow t' = t\sqrt{n-1}$

Do đó thời gian toa *thứ n* đi qua là :

$$\Delta t_n = t'' - t' = (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})t$$

6.16 Theo đề : $s = \frac{1}{2}at^2$. Suy ra :

a) $s_1 = 1\text{m} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2}{a}}$

b). $s_2 = (s - 1) = \frac{1}{2}at_1'^2 \Rightarrow t'_1 = \sqrt{\frac{2(s-1)}{a}}$

Thời gian đi mét cuối :

$$\Delta t = t - t'_1 = \sqrt{\frac{2}{a}}\,(\sqrt{s} - \sqrt{s-1})$$

6.17 Phương trình : $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$

(a, v_0 : các giá trị đại số)

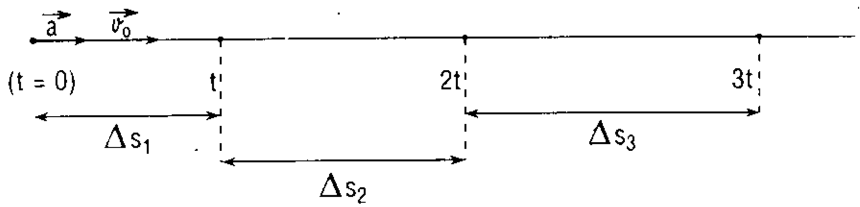
$$\begin{cases} * \ t = n & : s_n = \frac{1}{2}an^2 + nv_0 \\ * \ t = (n-1) & : s_{n-1} = \frac{1}{2}a(n-1)^2 + (n-1)v_0 \end{cases}$$

Do đó :

– trong n giây : $s_n = \left(\frac{a}{2}n + v_0\right)n$

– trong giây thứ n : $\Delta s_n = s_n - s_{n-1} = \frac{a(2n-1)}{2} + v_0$

6.18



– Phương trình : $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$

Suy ra :

$* \ t \quad : \ s_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$

$* \ 2t \quad : \ s_2 = \frac{1}{2}a(2t)^2 + v_0(2t) = \frac{4}{2}at^2 + 2v_0t$

$* \ 3t \quad : \ s_3 = \frac{1}{2}a(3t)^2 + v_0(3t) = \frac{9}{2}at^2 + 3v_0t$

....

$* \ (n-1)t : \ s_{n-1} = \frac{1}{2}a[(n-1)t]^2 + v_0(n-1)t$

$= \frac{(n-1)^2}{2}at^2 + (n-1)v_0t$

$* \ nt \quad : \ s_n = \frac{1}{2}a(nt)^2 + v_0(nt) = \frac{n^2}{2}at^2 + nv_0t$

$* \ (n+1)t : \ s_{n+1} = \frac{1}{2}a[(n+1)t]^2 + v_0(n+1)t$

$= \frac{(n+1)^2}{2}at^2 + (n+1)t$

Do đó :

$* \ \Delta s_1 = s_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$

$* \ \Delta s_2 = s_2 - s_1 = \frac{3}{2}at^2 + v_0t$

$* \ \Delta s_3 = s_3 - s_2 = \frac{5}{2}at^2 + v_0t$

....

$* \ \Delta s_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(2n-1)}{2}at^2 + v_0t$

$* \ \Delta s_{n+1} = s_{n+1} - s_n = \frac{(2n+1)}{2}at^2 + v_0t$

Ta nhận thấy :

$$\Delta s_2 - \Delta s_1 = \Delta s_3 - \Delta s_2 = ... = \Delta s_{n+1} - \Delta s_n = \boldsymbol{at^2}$$

6.19 Phương trình tổng quát : $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

So sánh, suy ra :

a) $\frac{a}{2} = 80 \Rightarrow a = 160cm/s^2 = \boldsymbol{1{,}6m/s^2}$

b) $v_0 = 50cm/s = 0{,}5m/s \Rightarrow v = 1{,}6t + 0{,}5$

$t = 1s \quad : \quad v = \boldsymbol{2{,}1m/s}$

c) $t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{130 - 50}{160} = 0{,}5s$

$x = 80(0{,}5)^2 + 50(0{,}5) + 10 = 55cm = \boldsymbol{0{,}55m}$

6.20 a) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 4(2)^2 + 20(2) = 56cm \\ x_2 = 4(5)^2 + 20(5) = 200cm \end{array}\right\} \Rightarrow s_{12} = 200 - 56 = \boldsymbol{144cm}$

$\bar{v} = \frac{s_{12}}{t_2 - t_1} = \frac{144}{3} = \boldsymbol{48cm/s}$

b) So sánh với phương trình tổng quát $\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = 8cm/s^2 \\ v_0 = 20cm/s \end{array}\right.$

$v = 8t + 20 \ (cm/s)$

$t = 3s : v = 8 . 3 + 20 = \boldsymbol{44cm/s}$

7.3 * Xe (1) : $t = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} \Rightarrow s = \frac{2v_1v_2t}{v_1 + v_2} = 72km$

$\Rightarrow t_1 = \frac{36}{30} = 1{,}2h \ ; \ t_2 = \frac{36}{45} = 0{,}8h$

$$* \text{ Xe (2) : } s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2.72}{2^2} = 36km/h^2$$

a) $v_1 = 30km/h$ $(0 < t \leq 1,2h)$; $v_1 = 45km/h$ $(1,2h < t \leq 2h)$

$v_2 = 36t$ (km/h) $(0 < t \leq 2h)$

Do đó
$$\begin{cases} 36t_1 = 30 \Rightarrow t_1 = \frac{30}{36}h = \frac{5}{6}h & (< 1,2h) \\ 36t_2 = 45 \Rightarrow t_2 = \frac{45}{36}h = 1,25h & (1,2h < t < 2h) \end{cases}$$

b) $x_1 = 30t$ $(0 < t \leq 1,2h)$; $x_1 = 45(t - 1,2) + 36$

$= 45t - 18$ $(1,2h < t \leq 2h)$

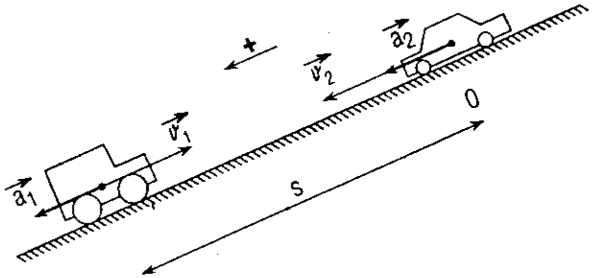
Nếu có một xe vượt xe kia thì phương trình $x_1 = x_2$ phải có nghiệm thích hợp.

$* \; 30t = 18t^2 \Rightarrow t = \frac{5}{3}h$ $(> 1,2h)$: ***loại***

$* \; 45t - 18 = 18t^2 \Rightarrow 6t^2 - 15t + 6 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0,5h \; (< 1,2h) : \textbf{loại} \\ t_2 = 2h : \textbf{loại} \end{cases}$$

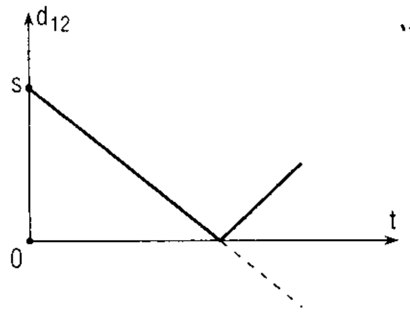
7.4



$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}at^2 - v_1t + s \\ x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_2t \end{cases}$$

a) $d_{12} = |x_1 - x_2| = |s - (v_1 + v_2)t|$

Đồ thị :



b) $d_{12} = 0 \Rightarrow t = \dfrac{s}{v_1 + v_2}$

8.4 a) * *Vật (1) :*

– chuyển động với gia tốc $a_1 = \frac{-20}{8} = -2,5m/s^2$

– theo *chiều* ⊕, *chậm dần đều, vận tốc đầu* 20m/s.

– *dừng lại* ở gốc tọa độ lúc t = 8s; sau đó đổi chiều, chuyển động *nhanh dần đều* đến t = 12s.

* *Vật (2) :*

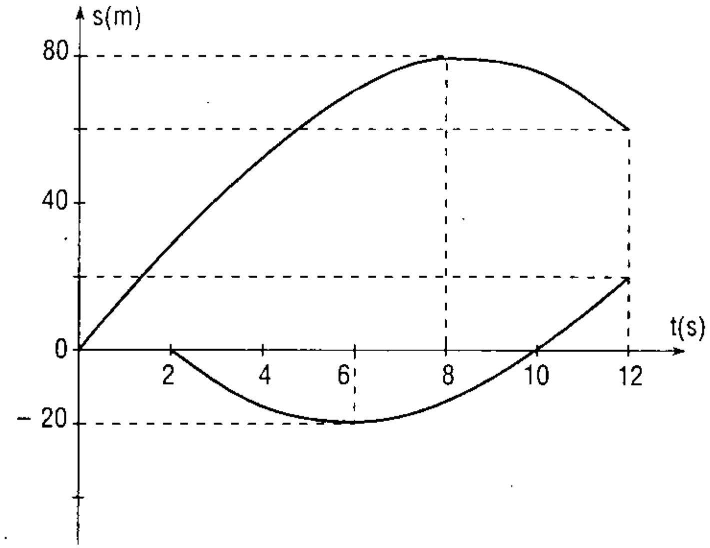
– chuyển động được xét từ thời điểm t = 2s.

– có gia tốc $a_2 = \frac{10}{6-2} = 2,5m/s^2$; ngược chiều ⊕, *chậm dần đều.*

– *dừng lại* ở gốc tọa độ lúc t = 6s; sau đó đổi chiều, chuyển động *nhanh dần đều* cho tới t = 10s.

– vật chuyển động *đều* từ t = 10s ; tới t = 12s không xét chuyển động.

b)

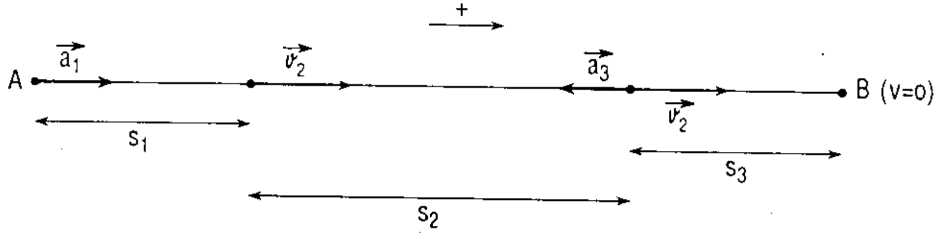


$* \ s_1 = -\frac{5}{4}t^2 + 20t \begin{cases} \cdot t = 8s : s_1 = 80m \\ \cdot t = 12s : s_1 = 60m \end{cases}$

$* \ s_2 = \frac{5}{4}(t-2)^2 - 10(t-2) \begin{cases} \cdot t = 6s : s_2 = -20m \\ \cdot t = 10s : s_2 = 0 \end{cases}$

c) $\sum |s_1| = \mathit{100m}$; $\sum |s_2| = \mathit{60m}$

8.5



a) $\left.\begin{array}{l} v_2^2 = 2a_1s_1 \\ -v_2^2 = 2a_3s_3 \end{array}\right\} a_3 = -a_1 \Rightarrow s_3 = s_1 \Rightarrow t_3 = t_1$

$s = \bar{v}_1 . t_1 + v_2t_2 + \bar{v}_3 . t_3$; $\bar{v}_1 = \bar{v}_3 = \frac{v_2}{2}$

$\Rightarrow \ s = v_2(t_1 + t_2) = \bar{v}_{AB} \sum t = 500m$

$t_1 + t_2 + t_3 = 2t_1 + t_2 = 25$

$\Rightarrow \ t_1 + t_2 = 25 - t_1 \Rightarrow v_2(25 - t_1) = 500$

$t_1 = \frac{v_2}{a_1} = \frac{v_2}{5} \Rightarrow v_2\left(25 - \frac{v_2}{5}\right) = 500$

hay : $v_2^2 - 125v_2 + 2500 = 0 \Rightarrow v_2 = \mathit{25m/s}$

b) $t_1 = t_3 = \mathit{5s}$; $t_2 = \mathit{15s}$

$s_1 = s_3 = \mathit{62{,}5m}$; $s_2 = \mathit{375m}$

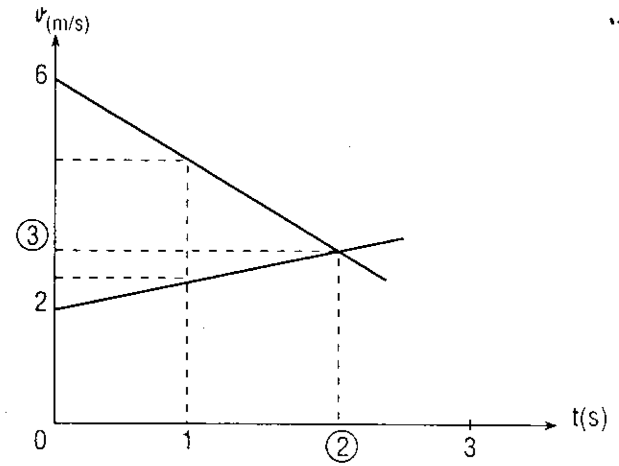
c) tương tự bài **8.3**

8.6 a) Theo đồ thị :

$t = 2s$ $(v = 3m/s)$

b) $s_1 = \frac{3^2 - 2^2}{2(0{,}5)} = \mathit{5m}$

$s_2 = \frac{3^2 - 6^2}{2(-1{,}5)} = \mathit{9m}$



8.7 a) $s = \bar{v}t = 24\,000m$

$t_1 = t_3 \Rightarrow a_3 = -a_1 \quad \Rightarrow \quad s_3 = s_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 = 7\,200a_1$

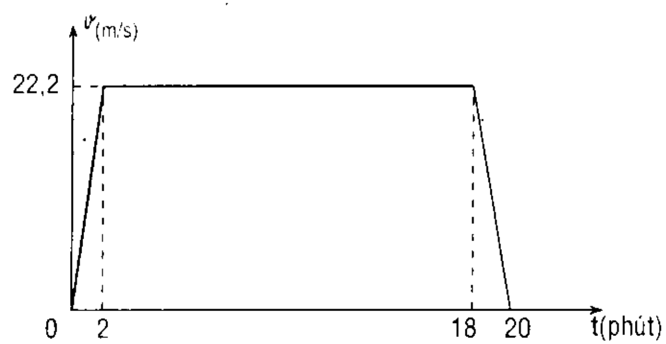
$v_2 = a_1t_1 = 120a_1 \quad \Rightarrow \quad s_2 = v_2t_2 = 120a_1 . 960 = 115\,200a_1$

$s = s_1 + s_2 + s_3 \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{24\,000}{129\,600} \approx \mathit{0{,}185m/s^2}$

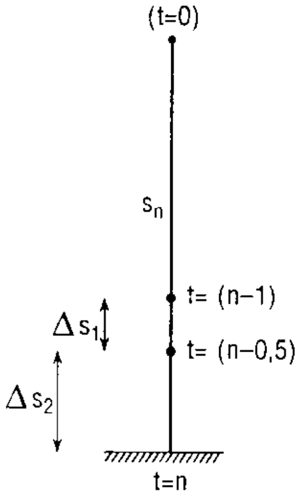
$a_3 \approx -\mathit{0{,}185m/s^2}$

b) Áp dụng phương trình tổng quát : $v = a(t - t_0) + v_0$

$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = 0{,}185t \ (m/s) \\ v_2 = 22{,}2m/s \\ v_3 = -0{,}185t + 22{,}2(m/s) \end{cases}$ (chọn lại gốc t).



9.3 n : thời gian rơi



$$s_n = \frac{1}{2}gn^2\ ; \qquad s_2 = \frac{1}{2}g(n-0{,}5)^2;$$

$$s_1 = \frac{1}{2}g(n-1)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta s_1 = s_2 - s_1 = \dfrac{g}{4}\left(2n - \dfrac{3}{2}\right) \\ \Delta s_2 = s_n - s_2 = \dfrac{g}{4}\left(2n - \dfrac{1}{2}\right) \end{cases}$$

Theo đề : $\Delta s_2 = 2\Delta s_1$

$\Rightarrow \quad n = 1{,}25s \qquad \Rightarrow \quad s_n = \mathit{7{,}8m}$

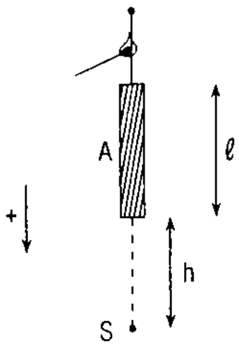
9.4 Giải tương tự bài trên đây.

$$\left.\begin{aligned} s_n &= \frac{1}{2}gn^2 \\ s_{n-2} &= \frac{1}{2}g(n-2)^2 \end{aligned}\right\} \Delta s = s_n - s_{n-2} = 2(n-1)g = 20(n-1)$$

$\Delta s = 180 \Rightarrow n = \mathbf{\mathit{10s}}\ ;\ s_n = \mathbf{\mathit{500m}}$

9.5 Giải tương tự bài **6.16** với $a = g = 10m/s^2$

9.6 Phương trình rơi : $s = \dfrac{1}{2}gt^2$



– Thời điểm S bị che khuất : t_1

$$\Rightarrow \quad h = \frac{1}{2}gt_1^2 \qquad (1)$$

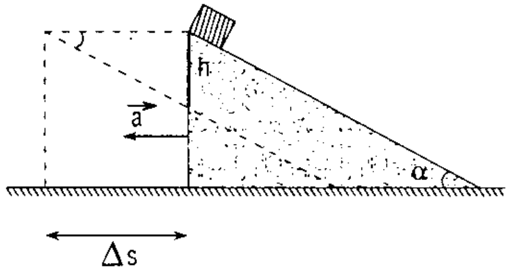
– Thời điểm S xuất hiện : $(t_1 + 0{,}1)$

$$\Rightarrow \quad l + h = \frac{1}{2}g(t_1 + 0{,}1)^2 \qquad (2)$$

$$(2)-(1) :\ l = \frac{2t_1 + 0{,}1}{2} \quad \Rightarrow t_1 = 0{,}2s$$

$$\Rightarrow h = 5\,.\,(0{,}2)^2 = 0{,}20m = \mathit{20cm}$$

9.7



Trong khoảng thời gian Δt nêm dời

$$\Delta s = \frac{1}{2}a\,.\,\Delta t^2$$

Khoảng trống tạo ra phía dưới vật :

$$h = \Delta s\,.\,tg\,\alpha$$

Quãng đường rơi tự do của vật trong khoảng Δt :

$$\Delta s' = \frac{1}{2}g\,.\,\Delta t^2.$$

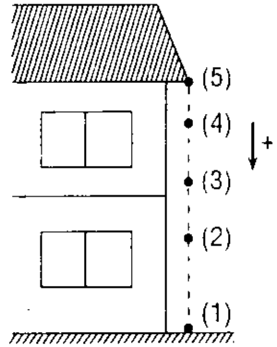
Phải có : $h \geq \Delta s' \quad \Rightarrow \quad a \geq \dfrac{g}{tg\,\alpha}$

9.8 Áp dụng phương pháp tương tự bài trên đây.

10.4 Phương trình : $s = \dfrac{1}{2}gt^2$

Đặt θ : thời gian giữa 2 giọt liên tiếp.

$$s_1 = \frac{1}{2}g(4\theta)^2 \Rightarrow \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}s$$



Suy ra :

$$\begin{cases} s_2 = \dfrac{1}{2}g(3\theta)^2 = 9m \\ s_3 = \dfrac{1}{2}g(2\theta)^2 = 4m \\ s_4 = \dfrac{1}{2}g\theta^2 \quad = 1m \end{cases}$$

Do đó : $d_{12} = 16 - 9 = \mathit{7m}\ ;\quad d_{23} = 9 - 4 = \mathit{5m}\ ;$

$d_{34} = 4 - 1 = \mathit{3m}\ ;\quad d_{45} = s_4 = \mathbf{\mathit{1m}}$

10.5 Gốc thời gian : lúc giọt thứ nhất rơi.

Các quãng đường rơi :

* giọt (1) : $s_1 = \frac{1}{2}gt^2$

* giọt (2) : $s_2 = \frac{1}{2}g(t-0,5)^2$

a) Khoảng cách : $d = s_1 - s_2 = \frac{g}{4}(2t - 0,5)$

- $t = 0,5s$: $d = \mathbf{1,25m}$
- $t = 1s$: $d = \mathbf{3,75m}$
- $t = 1,5s$: $d = \mathbf{6,25m}$

b) Thời gian rơi bằng nhau ⇒ Thời điểm chạm đất cách nhau ***0,5s.***

11.3 Các phương trình : $s_1 = \frac{1}{2}gt^2$; $s_2 = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$

Với $t = t_c \begin{cases} s_1 = h \\ s_2 = H \end{cases} \Rightarrow h = \frac{1}{2}gt_c^2$; $H = \frac{1}{2}gt_c^2 + v_0t_c$

Do đó : $t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; $v_0 = \frac{H-h}{t_c} = \frac{H-h}{2h}\sqrt{2gh}$

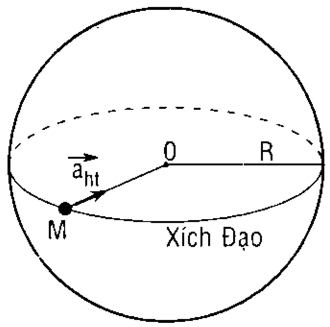
11.4 Các phương trình :

$$\begin{cases} \bullet \text{ vật rơi tự do : } s_1 = \frac{1}{2}gt^2 \\ \bullet \text{ vật ném xuống : } s_2 = \frac{1}{2}g(t-1)^2 + v_0(t-1) \end{cases}$$

Chạm đất : $s_2 = s_1 \Rightarrow t_c = \frac{2v_0 - g}{2(v_0 - g)}$

Độ cao : $h = \frac{1}{2}gt_c^2 = \frac{g}{8}\left(\frac{2v_0 - g}{v_0 - g}\right)^2$

12.5 a) Vận tốc góc của chuyển động quay tròn của Trái Đất :

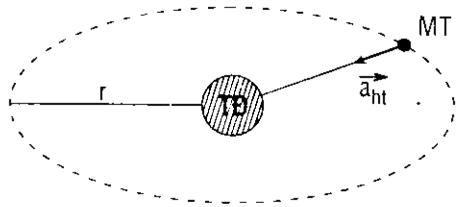


$$\omega_đ = \frac{2\pi}{T_đ} \approx 7,3 \,.\, 10^{-5}\text{rad/s}$$

Gia tốc hướng tâm của điểm ở Xích Đạo :

$$a_M = \omega_đ^2 R \approx \mathbf{0,034m/s^2}$$

b) Tương tự :



$$\omega_t = \frac{2\pi}{T_t}$$

$$\approx 2,66 \,.\, 10^{-6}\text{rad/s}$$

Gia tốc hướng tâm của Mặt Trăng :

$$a' = \omega_t^2 r \approx \mathbf{2,72 \,.\, 10^{-3} m/s^2}$$

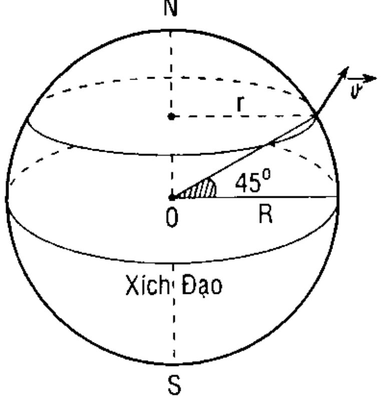
12.6 a) Quãng đường mà Trái Đất vạch được :

$$s_1 = \frac{2\pi R}{T_Đ} \,.\, T_T \approx \mathbf{7,028 \,.\, 10^7 km}$$

b) Số vòng quay của Mặt Trăng :

$$n = \frac{T_Đ}{T_T} \approx \mathbf{13,4 \text{ vòng}}$$

12.7 a) $\omega_đ = \frac{2\pi}{T_đ} \approx \mathbf{7,27 \,.\, 10^{-5} rad/s}$



b) $v = \omega_d . r = \omega_d R\cos 45^o$

$\approx$ *327,5m/s*

c) Vệ tinh phải có vận tốc góc ω_d. Vận tốc dài

$v' = \omega_d . r' \approx$ ***3,11km***

12.8 a) Áp dụng công thức :

$$t = \frac{s}{v} \quad ; \quad T = \frac{2\pi R}{v}$$

b) Tương tự : $T' = \dfrac{2\pi R}{c}$

12.9 a) Coi vị trí các ngôi sao *không đổi* trong thời gian truyền của ánh sáng.

b) Đoạn thẳng S_1S_2 quay chung quanh O :

* góc 90°
* góc 180°
* góc 270°

Các vectơ vận tốc có phương *tiếp tuyến* với quỹ đạo tròn.

13.5 a) Áp dụng công thức $\omega = \alpha t + \omega_0$ với $\omega_0 = 0$

b) Áp dụng công thức $\varphi = \dfrac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \varphi_0$

$$\text{với} \begin{cases} \omega_0 = 0 \\ \varphi_0 = 0 \text{ (do chọn gốc tọa độ).} \end{cases}$$

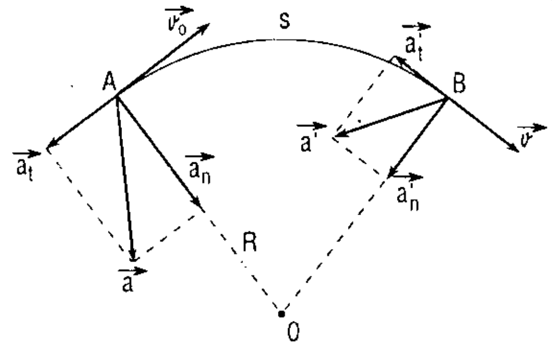
c) Áp dụng các công thức :

$$v = \omega R \; ; \qquad a_t = \alpha R \; ; \qquad a_n = \omega^2 R$$

13.6 Chiều ⊕ : chiều chuyển động :

$$|\vec{a_t}| = |\vec{a'_t}|$$

$$\Rightarrow a'_t = a_t = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = -0{,}125 m/s^2$$



a) * *Ở A* :

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \; ;$$

$$a_n = \frac{v_0^2}{R} \approx \textit{0,28m/s}^2$$

$$\Rightarrow a \approx \sqrt{0{,}125^2 + 0{,}28^2} \approx 0{,}31 m/s^2$$

* *Ở B* :

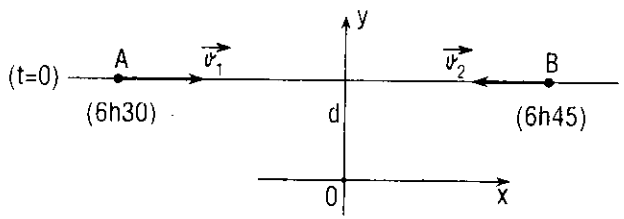
$$|\vec{a'}| = a' = \sqrt{a_t^2 + a'^2_n} \; ; \quad a'_n = \frac{v^2}{R} \approx 0{,}03 m/s^2$$

$$\Rightarrow \quad a' \approx \sqrt{0{,}125^2 + 0{,}03^2} \approx \textit{0,13m/s}^2$$

b) Thời gian tàu đi hết quãng đường :

$$t = \frac{v - v_0}{a_t} = \frac{5 - 15}{-0{,}125} = \textit{80s}$$

14.3 Chọn các điều kiện đầu như trên hình. Mỗi chuyển động có hai phương trình theo x và y.



a) Ta có :

$$(1) \begin{cases} v_{1x} = 36kmh^{-1} \\ t_{01} = 0 \\ x_{01} = -36km \\ y_{01} = 1km \end{cases} \; ; \quad (2) \begin{cases} v_{2x} = -27kmh^{-1} \\ t_{02} = 0{,}25h \\ x_{02} = 36km \\ y_{02} = 1km \end{cases}$$

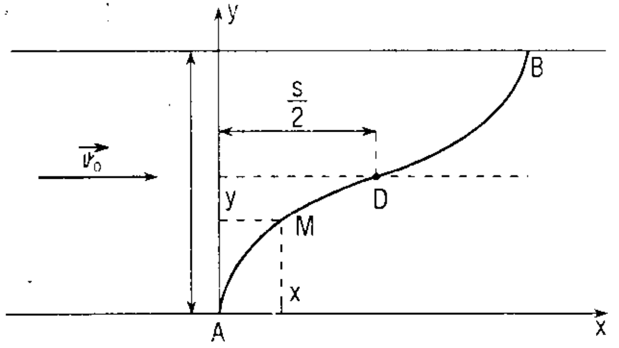
Suy ra : $\begin{cases} x_1 = 36t - 36 \text{ (km ; h)} \\ y_1 = 1\text{(km)} = const \end{cases}$

và $\begin{cases} x_2 = -27(t - 0{,}25) + 36\text{(km ; h)} \\ y_2 = 1\text{(km)} = const \end{cases}$

b) Gặp nhau : $x_2 = x_1$; $y_2 = y_1$

$\Rightarrow t = 1{,}25h$; $x_2 = x_1 = 9km$; $y_2 = y_1 = 1km$

14.4 Chọn điểm xuất phát A làm gốc của hệ tọa độ Axy.



Xét thuyền ở vị trí M $\begin{cases} x \\ y \end{cases}$

$$t = \frac{y}{u} ; \quad v = \frac{2v_0}{c} y = \frac{2v_0 ut}{c}$$

Do đó : $a_x = \dfrac{2v_0 u}{c}$.

Thời điểm thuyền tới giữa sông : $T = \dfrac{c}{2u}$

Quãng đường nước cuốn thuyền khi tới giữa dòng :

$$\frac{s}{2} = a_x \frac{T^2}{2} = \frac{v_0 c}{4u}$$

$$\Rightarrow \quad s = \frac{v_0 c}{2u}.$$

PHẦN THỨ HAI

ĐỘNG LỰC HỌC

§7. CÁC ĐỊNH LUẬT VỀ CHUYỂN ĐỘNG

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Lực – Cân bằng lực

– Khi vật chuyển động có gia tốc, ta nói có *lực* tác dụng lên vật.

– Lực là *đại lượng vectơ*. Vectơ lực có hướng là hướng của *gia tốc* do lực truyền cho vật.

– Khi các lực đồng thời tác dụng gây các gia tốc khử lẫn nhau, các lực gọi là *cân bằng* nhau.

II. Các định luật Newton

1. Định luật I :

$$\boxed{\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}}$$

2. Định luật II :

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}}$$

Đơn vị : m : (kg)
a : (m/s^2)
F : (N)

3. Định luật III :

$$\boxed{\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}}$$

GHI CHÚ :

• *Hệ quy chiếu trong đó các định luật Newton nghiệm đúng gọi là* hệ quy chiếu quán tính.

• *Một cách gần đúng, hệ quy chiếu gắn với Trái Đất có thể coi là hệ quy chiếu quán tính.*

III. Khối lượng

– Đại lượng đặc trưng cho *mức quán tính* của vật. Khối lượng là đại lượng *vô hướng, dương, cộng được* và *bất biến* đối với mỗi vật (trong phạm vi *cơ học cổ điển*) .

– Đo khối lượng bằng *tương tác* hay bằng *phép cân.*

– Khối lượng riêng :

$$\boxed{D = \frac{m}{V}} \quad (kg/m^3)$$

B. GIẢI TOÁN :

BÀI TOÁN 15

Xác định lực tác dụng và các đại lượng động học của chuyển động

■ PHƯƠNG PHÁP

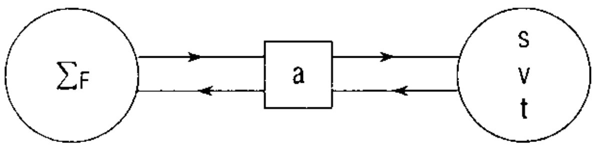
– *Xác định lực bằng các đại lượng động học và ngược lại :*

* *Nhận ra các lực tác dụng lên vật.*

* *Viết phương trình định luật II Newton :*

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \qquad (*)$$

* *Chiếu phương trình (*) lên hướng chuyển động. Thực hiện tính toán.*



$$\sum F = ma \begin{cases} v = at + v_0 \\ s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t. \\ v^2 - v_0^2 = 2as \end{cases}$$

* *Tiến hành theo trình tự ngược lại để giải bài toán ngược.*

– *Lực trong tương tác giữa hai vật :*

* *Viết phương trình theo định luật III Newton :*

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$$

$$\Rightarrow \quad m_1(\vec{v'}_1 - \vec{v}_1) = -m_2(\vec{v'}_2 - \vec{v}_2)$$

* *Chiếu lên trục hoặc thực hiện cộng, trừ vectơ để tính toán.*

Thí dụ 15.1

Một chiếc xe khối lượng m = 100kg đang chạy với vận tốc 30,6km/h thì hãm phanh. Biết lực hãm là 250N. Tìm quãng đường xe còn chạy thêm trước khi dừng hẳn.

GIẢI

– Lực tác dụng lên xe khi hãm phanh : lực hãm.

Theo định luật II Newton : $\vec{F} = m\vec{a}$

Chiếu phương trình lên hướng chuyển động :

$$-F = m.a$$

– Gia tốc chuyển động :

$$a = -\frac{F}{m} = -2{,}5m/s^2$$

Khi xe bắt đầu hãm phanh :

$$v_0 = 30{,}6km/h = 8{,}5m/s$$

Khi xe dừng : v = 0

Quãng đường xe chạy thêm :

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \textit{14,45m}$$

Thí dụ 15.2

Dưới tác dụng của lực F nằm ngang, xe lăn chuyển động không vận tốc đầu, đi được quãng đường 2,5m trong thời gian t. Nếu đặt thêm vật khối lượng 250g lên xe thì xe chỉ đi được quãng đường 2 m trong thời gian t.

Bỏ qua ma sát. Tìm khối lượng xe.

GIẢI

– Đặt khối lượng của xe lăn và của vật đặt thêm lần lượt là m, m'.

Gia tốc của xe trong 2 trường hợp là a, a'.

– Vì lực F cùng chiều chuyển động, theo định luật II Newton, ta suy ra :

$$F = ma = (m + m')\,a'.$$

Quãng đường xe đi trong 2 trường hợp :

$$s = \frac{1}{2}at^2 \;;\; s' = \frac{1}{2}a't^2$$

Suy ra : $$\frac{m + m'}{m} = \frac{a}{a'} = \frac{s}{s'}$$

Giải phương trình, ta suy ra :

$$m = \frac{s'}{s - s'}\,.\,m' = \textit{1kg}$$

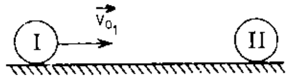
Thí dụ 15.3

Hai quả cầu trên mặt phẳng ngang, quả (I) chuyển động với vận tốc 4m/s đến va chạm với quả cầu (II) đang nằm yên. Sau va chạm hai quả cầu cùng chuyển động theo hướng cũ của quả cầu I với vận tốc 2m/s.

Tính tỉ số khối lượng của hai quả cầu.

GIẢI

– Trong tương tác của hai quả cầu, theo định luật III Newton, ta có :



$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$$

– Đặt $\vec{v}_0, \vec{v}$ là vận tốc quả cầu trước và sau tương tác ; Δt là thời gian tương tác, ta có :

$$m_1 \cdot \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_{0_1}}{\Delta t} = -m_2 \cdot \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_{0_2}}{\Delta t}$$

Phương trình hình chiếu trên hướng chuyển động ban đầu của quả cầu I :

$$m_1(v_1 - v_{0_1}) = -m_2(v_2 - v_{0_2}).$$

Trong đó : $v_{0_1} = 4m/s \;;\; v_{0_2} = 0 \;;\; v_1 = v_2 = 2m/s$

Suy ra : $$\frac{m_1}{m_2} = -\frac{v_2 - v_{0_2}}{v_1 - v_{0_1}} = \textit{1}$$

■ **BÀI TẬP LUYỆN TẬP :**

15.4 Lực F truyền cho vật khối lượng m_1 gia tốc $2m/s^2$, truyền cho vật khối lượng m_2 gia tốc $6m/s^2$.

Hỏi lực F sẽ truyền cho vật khối lượng $m = m_1 + m_2$ một gia tốc là bao nhiêu ?

ĐS : 1,5m/s²

15.5 Một xe lăn khối lượng 50 kg, dưới tác dụng của một lực kéo theo phương ngang, chuyển động không vận tốc đầu từ đầu đến cuối phòng mất 10s. Khi chất lên xe một kiện hàng, xe phải chuyển động mất 20 s. Bỏ qua ma sát.

Tìm khối lượng kiện hàng.

ĐS : 150 kg

15.6 Vật chuyển động thẳng trên đoạn đường AB chịu tác dụng lực F_1 theo phương ngang và tăng vận tốc từ 0 đến 10m/s trong thời gian t. Trên đoạn đường BC vật chịu tác dụng lực F_2 theo phương ngang và tăng vận tốc đến 15m/s cũng trong thời gian t.

a) Tính tỉ số $\frac{F_2}{F_1}$.

b) Vật chuyển động trên đoạn đường CD trong thời gian 2t vẫn dưới tác dụng của lực F_2. Tìm vận tốc vật ở D.

Biết A, B, C, D cùng nằm trên một đường thẳng.

ĐS : a) *0,5*
b) *25m/s*

15.7 Vật chịu tác dụng lực ngang F ngược chiều chuyển động thẳng trong 6 s, vận tốc giảm từ 8m/s còn 5m/s. Trong 1(s tiếp theo, lực tác dụng tăng gấp đôi về độ lớn còn hướng không đổi.

Tính vận tốc vật ở thời điểm cuối.

ĐS : −5m/s

15.8 Có hai vật : vật m_1 ban đầu đứng yên còn m_2 chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0. Đặt lên mỗi vật lực $\vec{F}$ giống nhau, cùng phương $\vec{v_0}$.

Tìm F để sau thời gian t hai vật có cùng độ lớn và hướng vận tốc.

Cho biết điều kiện để bài toán có nghiệm.

ĐS : Nếu $\vec{F}$ cùng chiều $\vec{v_0}$:

$$F = \frac{m_1 m_2 v_0}{(m_2 - m_1)t}\text{, điều kiện : } m_2 > m_1$$

Nếu $\vec{F}$ ngược chiều $\vec{v_0}$:

$$F = \frac{m_1 m_2 v_0}{(m_1 - m_2)t}\text{, điều kiện : } m_1 > m_2$$

15.9 Một xe tải khối lượng m = 2000kg đang chuyển động thì hãm phanh và dừng lại sau khi đi thêm quãng đường 9m trong 3s. Tìm lực hãm.

ĐS : 4000N.

15.10 Xe khối lượng m = 500kg đang chuyển động thẳng đều thì hãm phanh, chuyển động chậm dần đều.

Tìm lực hãm biết quãng đường đi được trong giây cuối của chuyển động là 1m.

ĐS : 1000N.

15.11 Đo quãng đường một vật chuyển động thẳng đi được trong những khoảng thời gian 1,5s liên tiếp, người ta thấy quãng đường sau dài hơn quãng đường trước 90cm.

Tìm lực tác dụng lên vật, biết m = 150g.

ĐS : 0,06N.

15.12 Quả bóng khối lượng 200g bay với vận tốc 90km/h đến đập vuông góc vào một bức tường rồi bật trở lại theo phương cũ với vận tốc 54km/h. Thời gian va chạm là 0,05s.

Tính lực do tường tác dụng lên bóng.

ĐS : 160N.

15.13 Quả bóng khối lượng 200g bay với vận tốc 72km/h đến đập vào tường và bật lại với độ lớn vận tốc không đổi. Biết va chạm của bóng với tường tuân theo định luật phản xạ gương (góc phản xạ bằng góc tới) và bóng đến đập vào tường dưới góc tới 30^o, thời gian va chạm là 0,05s.

Tính lực do tường tác dụng lên bóng.

ĐS : 138N.

15.14 Từ A, xe (I) chuyển động thẳng nhanh dần đều với vận tốc đầu 5m/s đuổi theo xe (II) khởi hành cùng lúc tại B cách A 30 m. Xe (II) chuyển động thẳng nhanh dần đều không vận tốc đầu cùng hướng xe (I). Biết khoảng cách ngắn nhất giữa hai xe là 5m. Bỏ qua ma sát, khối lượng xe $m_1 = m_2 = 1$ tấn. Tìm lực kéo của động cơ mỗi xe.

Biết các xe chuyển động theo phương ngang với gia tốc $a_2 = 2a_1$

ĐS : 500N, 1000N.

15.15 Hai chiếc xe lăn đặt nằm ngang, đầu xe A có gắn một lò xo nhỏ, nhẹ. Đặt hai xe sát nhau để lò xo bị nén lại rồi buông tay. Sau đó hai xe chuyển động, đi được các quãng đường $s_1 = 1m$, $s_2 = 2m$ trong cùng thời gian t. Bỏ qua ma sát.

Tính tỉ số khối lượng của hai xe.

ĐS : $\dfrac{m_1}{m_2} = 2$

15.16 Xe A chuyển động với vận tốc 3,6km/h đến đập vào xe B đang đứng yên. Sau va chạm xe A dội ngược lại với vận tốc 0,1m/s, còn xe B chạy tới với vận tốc 0,55m/s.

Biết $m_B = 200g$. Tìm m_A .

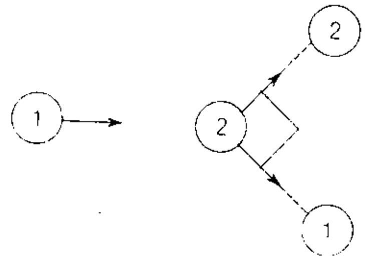
ĐS : 100g

15.17 Hai quả bóng ép sát vào nhau trên mặt phẳng ngang. Khi buông tay, hai quả bóng lăn được những quãng đường 9m và 4m rồi dừng lại. Biết sau khi rời nhau, hai quả bóng chuyển động chậm dần đều với cùng gia tốc.

Tính tỉ số khối lượng hai quả bóng.

ĐS : $\dfrac{m_2}{m_1} = 1,5$

15.18 Hai hòn bi có khối lượng bằng nhau đặt trên mặt bàn nhẵn. Hòn bi (1) chuyển động với vận tốc v_0 đến đập vào hòn bi (2) đang đứng yên. Sau va chạm chúng chuyển động theo hai hướng vuông góc nhau với vận tốc $v_1 = 4m/s$, $v_2 = 3m/s$. Tính v_0 và góc lệch của hòn bi (1).

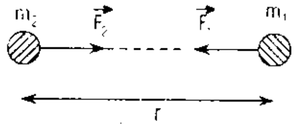


ĐS : 5m/s ; 37^o

§8. CÁC LỰC CƠ HỌC

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Lực hấp dẫn



1. Trường hợp tổng quát :

$$F = G.\frac{m_1m_2}{r^2}$$

(G : *hằng số hấp dẫn*)

GHI CHÚ :

- *Lực hấp dẫn là lực hút* .
- *Công thức trên chỉ đúng với các chất điểm hoặc với các vật hình cầu có khối lượng phân bố đều.*

2. Trọng lực :

$$P = mg = G\frac{mM}{r^2}$$

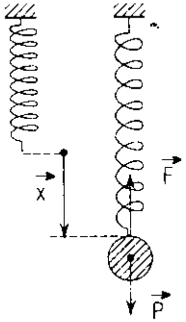
(M : *khối lượng Trái Đất*)

Biểu thức của gia tốc trọng lực :

* ở sát mặt đất : $g_0 = G.\frac{M}{R^2}$

* ở độ cao h từ mặt đất : $g = G\frac{M}{(R+h)^2}$

(R : *bán kính Trái Đất*)



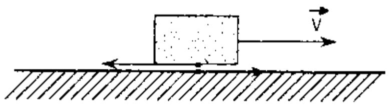
II. Lực đàn hồi

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

(k : *hệ số đàn hồi* hay *độ cứng*)

III. Lực ma sát

1. Lực ma sát trượt (ma sát động) :



$$F_{ms} = kN$$

(k : *hệ số ma sát trượt*)

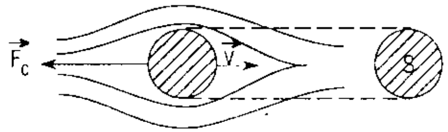
2. Lực ma sát nghỉ (ma sát tĩnh) :

$$F_t < kN : \quad F_{ms} = F_t$$
$$F_t \geq kN : \quad F_{ms} = kN$$

(F_t : *ngoại lực tiếp tuyến*)

IV. Lực cản của môi trường

v nhỏ	: $F_c = k_1Sv$
v lớn	: $F_c = k_2Sv^2$



B. GIẢI TOÁN :

BÀI TOÁN 16

Tính toán liên quan đến các lực cơ học.
Chuyển động dưới tác dụng của các lực cơ học.

■ PHƯƠNG PHÁP :

– *Áp dụng công thức về mỗi loại lực cơ học : lực hấp dẫn và trọng lực; lực đàn hồi; lực ma sát; lực cản của môi trường.*

– *Chuyển động có lực ma sát :*

 * *Viết phương trình định luật II Newton*

 * *Chiếu phương trình lực lên trục vuông góc với chuyển động để xác định N. Suy ra $F_{ms} = kN$*

 * *Chiếu phương trình lực lên trục chuyển động để lập phương trình đại số chứa ẩn của bài toán.*

Thí dụ 16.1

Hai quả cầu bằng chì, mỗi quả có khối lượng 45kg, bán kính 10cm.

Hỏi lực hấp dẫn giữa chúng có thể đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu ?

GIẢI

– Lực hấp dẫn giữa hai quả cầu : $F = G.\dfrac{m^2}{r^2}$

$\begin{cases} m : \text{khối lượng mỗi quả cầu,} \\ r : \text{khoảng cách giữa tâm hai quả cầu.} \end{cases}$

– Lực F có giá trị *lớn nhất* khi r *nhỏ nhất* .

Có nghĩa là khi này hai quả cầu đặt sát nhau.

$$r = 2R = 20cm$$

Suy ra : $F = 6{,}68 . 10^{-11}\dfrac{(45)^2}{(0{,}2)^2} \approx 3{,}38 . 10^{-6}N$

Thí dụ 16.2

> Tìm gia tốc rơi tự do ở nơi có độ cao bằng nửa bán kính Trái Đất. Cho biết gia tốc rơi tự do trên mặt đất là $g_0 = 9{,}81m/s^2$.

GIẢI

Biểu thức gia tốc rơi tự do :

– tại nơi có độ cao h : $g = G \cdot \dfrac{M}{(R + h)^2}$

– trên mặt đất (h = 0) : $g_0 = G \cdot \dfrac{M}{R^2}$

Suy ra : $\dfrac{g}{g_0} = \dfrac{R^2}{(R + h)^2} = \left(\dfrac{R}{R + h}\right)^2$

$$g = \left(\dfrac{R}{R + h}\right)^2 \cdot g_0$$

Theo đề : $h = \dfrac{R}{2}$

$$g = \dfrac{4}{9} \cdot g_0 = 4{,}36m/s^2$$

Thí dụ 16.3

> Một xe tải kéo một xe con, chuyển động thẳng nhanh dần đều không vận tốc đầu, trong 20s đi được 200m. Bỏ qua ma sát. Khối lượng của xe tải và xe con lần lượt là 5 tấn và 1 tấn. Độ cứng của dây cáp nối 2 xe là $2 . 10^6N/m$.
>
> Tính độ dãn của dây cáp và lực kéo xe tải chuyển động

GIẢI

Quãng đường chuyển động của các xe : $s = \dfrac{1}{2}at^2$

Suy ra gia tốc chuyển động :

$$a = \dfrac{2s}{t^2} = 1m/s^2$$

– *Xét chuyển động của xe con :*

Lực tác dụng lên xe : lực đàn hồi của dây cáp $\vec{F_2}$

$$(\vec{P_2} + \vec{N_2} = \vec{0})$$

Theo định luật II Newton : $\vec{F_2} = m_2\vec{a}$

Chiếu phương trình lên hướng chuyển động :

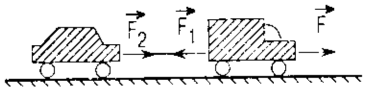
$$F_2 = m_2a = 1000N$$

Ta suy ra độ dãn của dây cáp :

$$x = \dfrac{F_2}{k} = 0{,}5 . 10^{-3}m = 0{,}5mm$$

– *Xét chuyển động của xe tải :*

Lực tác dụng lên xe : lực kéo $\vec{F}$ và lực đàn hồi của dây cáp $\vec{F_1}(\vec{P_1} + \vec{N_1} = \vec{0})$.



Theo định luật II Newton :

$$\vec{F} + \vec{F_1} = m_1\vec{a}$$

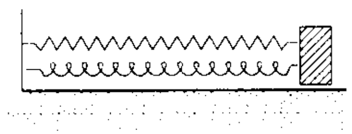
Chiếu phương trình lên hướng chuyển động :

$$F - F_1 = m_1 a$$

Theo định luật III Newton : $F_1 = F_2 = 1000N$

Ta suy ra : $F = F_1 + m_1 a = 6000N$

Thí dụ 16.4



Một hệ thống 2 lò xo được gắn vào vật và vào tường như hình vẽ. Tìm độ cứng của lò xo tương đương.

GIẢI

– Vị trí đứng yên ban đầu của vật là O. Xét khi vật ở vị trí cách O một đoạn x.

Độ biến dạng và *lực đàn hồi* của các lò xo thành phần là x_1, x_2, F_1, F_2.

Độ biến dạng và lực đàn hồi của lò xo *tương đương* là x, F.

– Ta có : $F = F_1 + F_2$ (1)

$x = x_1 = x_2$ (2)

Áp dụng định luật Hooke vào phương trình (1) :

$$kx = k_1x_1 + k_2x_2$$

Kết hợp với phương trình (2), ta suy ra độ cứng của lò xo tương đương :

$$k = k_1 + k_2$$

Thí dụ 16.5

Vật khối lượng m = 50g gắn vào đầu một lò xo nhẹ. Lò xo có chiều dài ban đầu là l_0 = 30cm và độ cứng là k = 3N/cm. Người ta cho vật và lò xo quay tròn đều trên một mặt sàn nhẵn nằm ngang, trục quay đi qua đầu lò xo.

Tính số vòng quay trong một phút để lò xo dãn ra một đoạn x = 5cm.

GIẢI

– Lực tác dụng lên vật khi vật chuyển động là lực đàn hồi $\vec{F}$ của lò xo. ($\vec{P} + \vec{N} = \vec{0}$).

Theo định luật II Newton : $\vec{F} = m\vec{a}$

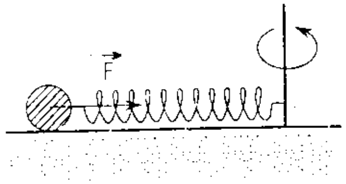
Lực $\vec{F}$ hướng dọc theo lò xo vào tâm quay, gia tốc $\vec{a}$ của vật chuyển động tròn đều cũng hướng tâm.

– Chiếu phương trình lên trục hướng tâm :

$F = ma$

$kx = m\omega^2R = m(2\pi n)^2 . (l_0 + x)$.

Ta suy ra tần số quay của m :



$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{kx}{m(l_0 + x)}}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{300 . 0{,}05}{0{,}05 . 0{,}35}} \approx 4{,}66 \text{ (vòng/s)}$$

$$\approx 280 \text{ vòng/phút}$$

Thí dụ 16.6

Một vật khối lượng m = 2kg đặt trên mặt bàn nằm ngang. Hệ số ma sát giữa vật và bàn là k = 0,25. Tác dụng lên vật một lực $\vec{F}$ song song với mặt bàn. Cho $g = 10m/s^2$.

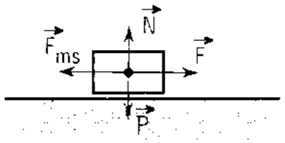
Tính gia tốc chuyển động của vật trong mỗi trường hợp sau:

a) F = 4N

b) F = 6N.

GIẢI

– Lực tác dụng lên vật : *trọng lực* $\vec{P}$, *lực đàn hồi* của mặt bàn $\vec{N}$, *lực kéo* $\vec{F}$, *lực ma sát* $\vec{F}_{ms}$.



Theo định luật II Newton :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \quad (1)$$

– Vì vật chỉ có thể chuyển động thẳng trên mặt bàn nên $\vec{a}$ chỉ có thể có phương nằm ngang.

Chiếu (1) lên phương *nằm ngang* , theo hướng lực $\vec{F}$:

$$F - F_{ms} = ma$$

Chiếu (1) lên phương *thẳng đứng*, chiều dương hướng lên :

$$-P + N = 0$$

Vậy : $N = mg$

$$F_{ms} \leq kN = kmg = 5N$$

a) Lực kéo F = 4N, nhỏ hơn lực ma sát trượt.

Khi này, lực ma sát là ma sát nghỉ : Vật nằm yên.

$$F_{ms} = F = 4N$$

Gia tốc : $a = 0$

b) Lực kéo F = 6 N, lớn hơn lực ma sát trượt.

Khi này, lực ma sát là ma sát trượt :

$$F_{ms} = kN = 5N$$

Gia tốc chuyển động :

$$a = \frac{F - F_{ms}}{m} = 0{,}5m/s^2$$

Thí dụ 16.7

Một ôtô đang chuyển động với vận tốc 10m/s thì tắt máy, chuyển động chậm dần đều do ma sát. Hệ số ma sát lăn giữa xe và mặt đường là k = 0,05.

Tính gia tốc, thời gian và quãng đường chuyển động chậm dần đều.

Cho $g = 10m/s^2$.

GIẢI

Lực tác dụng lên xe sau khi tắt máy : *trọng lực* $\vec{P}$, *phản lực* $\vec{N}$ và *lực ma sát lăn* $\vec{F}_{ms}$ của mặt đường.

Theo định luật II Newton :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \quad (1)$$

Chiếu (1) lên phương thẳng đứng :

$$-P + N = 0$$

Ta suy ra :

$$F_{ms} = kN = kmg.$$

Chiếu (1) lên hướng chuyển động :

$$-F_{ms} = ma$$

Ta suy ra gia tốc chuyển động :

$$a = -\frac{F_{ms}}{m} = -\frac{kmg}{m} = -kg = -0{,}5m/s^2$$

Thời gian xe chuyển động sau khi tắt máy :

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 10}{-0{,}5} = 20\ (s)$$

Quãng đường xe chuyển động sau khi tắt máy :

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (10)^2}{-2 \cdot 0{,}5} = 100\ (m)$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP :

• LỰC HẤP DẪN – TRỌNG LỰC

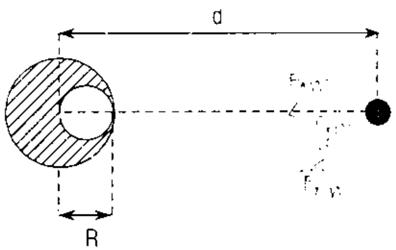
16.8 Mặt Trăng và Trái Đất có khối lượng lần lượt là $7,4 \cdot 10^{22}$ kg và $6 \cdot 10^{24}$kg, ở cách nhau 384000km. Tính lực hút giữa chúng.

ĐS : $F \approx 2.10^{20}N$

16.9 Khoảng cách trung bình giữa tâm Trái Đất và tâm Mặt Trăng bằng 60 lần bán kính Trái Đất. Khối lượng Mặt Trăng nhỏ hơn Trái Đất 81 lần.
Tại điểm nào trên đường thẳng nối tâm của chúng, lực hút của Trái Đất và Mặt Tráng lên một vật bằng nhau ?

ĐS : Cách tâm Mặt Trăng một khoảng
$x = 6R$ (R : bán kính Trái Đất)

16.10 Trong một quả cầu bằng chì bán kính R người ta khoét một lỗ hình cầu bán kính $\frac{R}{2}$. Tìm lực do quả cầu tác dụng lên vật nhỏ m trên đường nối tâm hai hình cầu, cách tâm hình cầu lớn một khoảng d, như hình vẽ. Khi chưa khoét quả cầu có khối lượng M.



ĐS : $$F = G.M.m\left[\frac{7d^2 - 8dR + 2R^2}{8d^2\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}\right]$$

16.11 Gia tốc rơi tự do của một vật ở cách mặt đất khoảng h là $g = 4,9m/s^2$. Cho gia tốc rơi tự do trên mặt đất $g_0 = 9,8m/s^2$, bán kính Trái Đất R = 6400km.
Tìm h.

ĐS : 2651km.

16.12 Biết gia tốc rơi tự do trên mặt đất là $g = 9,8m/s^2$, khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng, bán kính Trái Đất gấp 3,7 lần bán kính Mặt Trăng.
Tìm gia tốc rơi tự do trên bề mặt Mặt Trăng.

ĐS : $g_T \approx \frac{1}{6}g_Đ \approx 1,66m/s^2$

• LỰC ĐÀN HỒI

16.13 Một lò xo khi treo vật m = 100g sẽ dãn ra 5cm. Cho $g = 10m/s^2$.

a) Tìm độ cứng của lò xo.
b) Khi treo vật m', lò xo dãn 3cm. Tìm m'.

ĐS : a) 20N/m
b) 60g

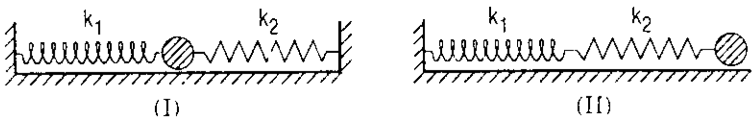
16.14 Vật khối lượng 100 g gắn vào đầu lò xo dài 20cm độ cứng 20N/m quay tròn đều trong mặt phẳng ngang với tần số 60 vòng/phút.
Tính độ dãn của lò xo. Lấy $\pi^2 \approx 10$.

ĐS : 5cm

16.15 Đoàn tàu gồm một đầu máy, một toa 10 tấn và một toa 5 tấn nối với nhau theo thứ tự trên bằng những lò xo giống nhau. Khi chịu tác dụng lực 500N, lò xo dãn 1cm. Bỏ qua ma sát. Sau khi bắt đầu chuyển động 10 s, vận tốc đoàn tàu đạt 1m/s. Tính độ dãn của mỗi lò xo.

ĐS : 3cm ; 1cm

16.16 Hệ hai lò xo được ghép theo một trong hai cách sau. Tìm độ cứng của lò xo tương đương.



ĐS : a) $k = k_1 + k_2$

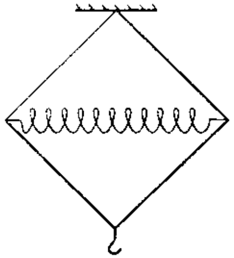
b) $k = \dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

16.17 Một lò xo nhẹ được treo thẳng đứng. Buộc một vật nặng khối lượng m vào đầu dưới của lò xo. Sau đó buộc thêm một vật m nữa vào giữa lò xo đã bị dãn.

Tìm chiều dài lò xo. Biết độ cứng lò xo là k, chiều dài lò xo khi chưa dãn là l_0.

ĐS : $l = l_0 + \dfrac{3mg}{2k}$

16.18



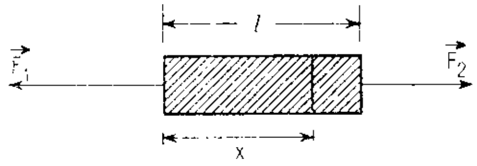
Một hệ cơ có cấu tạo như hình vẽ gồm 4 thanh nhẹ nối với nhau bằng các khớp và một lò xo nhẹ. Khi chưa treo m, các thanh tạo thành hình vuông và chiều dài lò xo là $l = 9{,}8$cm. Khi treo m = 500g góc nhọn giữa các thanh là $\alpha = 60^o$.

Tính độ cứng k của lò xo.

Cho g = 9,8m/s^2.

ĐS : $k = \dfrac{mgtg\dfrac{\alpha}{2}}{l\left(1 - \sqrt{2}\sin\dfrac{\alpha}{2}\right)} \approx 10^2 N/m$

16.19*



Thanh đồng chất có tiết diện không đổi, chiều dài l, đặt trên mặt bàn nhẵn nằm ngang. Tác dụng lên thanh hai lực kéo ngược chiều $\vec{F_1}, \vec{F_2}$ ($F_1 > F_2$).

Tính lực đàn hồi xuất hiện trong thanh, ở vị trí tiết diện của thanh cách đầu chịu lực $\vec{F_1}$ một đoạn x.

ĐS : $F = \dfrac{xF_2 + (l - x)F_1}{l}$

• LỰC MA SÁT – LỰC CẢN

16.20 Một ô tô khối lượng m = 1 tấn, chuyển động trên mặt đường nằm ngang. Hệ số ma sát lăn giữa xe và mặt đường là k = 0,1.

Tính lực kéo của động cơ ô tô trong mỗi trường hợp sau :

a) Ô tô chuyển động thẳng đều.

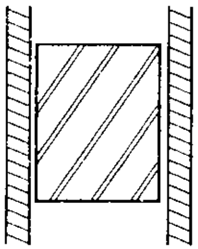
b) Ô tô chuyển động nhanh dần đều với gia tốc a = 2m/s^2.

(Lấy g = 10m/s^2)

ĐS : a) *1000N*

b) *3000N*

16.21 Một khối gỗ m = 4kg bị ép giữa hai tấm ván. Lực nén của mỗi tấm ván lên khối gỗ là N = 50N, hệ số ma sát trượt giữa gỗ và ván là k = 0,5.



a) Hỏi khối gỗ có tự trượt xuống được không ?

b) Cần tác dụng lên khối gỗ lực $\vec{F}$ thẳng đứng theo hướng nào, độ lớn bao nhiêu

để khối gỗ :

– đi xuống đều ?

– đi lên đều ?

ĐS : a) *Không*

b) *10N ; 90N*

16.22 Một xe lăn, khi được đẩy bằng lực F = 20N nằm ngang thì xe chuyển động thẳng đều. Khi chất lên xe một kiện hàng khối lượng 20kg thì phải tác dụng lực F' = 60N nằm ngang xe mới chuyển động thẳng đều.
Tính hệ số ma sát giữa xe và mặt đường.

ĐS : $k = 0,2$

16.23 Đặt một cái li lên trên một tờ giấy nhẹ đặt trên bàn rồi dùng tay kéo tờ giấy theo phương ngang.

a) Cần truyền cho tờ giấy một gia tốc bao nhiêu để li bắt đầu trượt trên tờ giấy ? Biết hệ số ma sát trượt giữa li và giấy là k = 0,3 ; g = $10m/s^2$.
b) Trong điều kiện trên, lực tác dụng lên tờ giấy là bao nhiêu? Biết hệ số ma sát trượt giữa giấy và bàn là k' = 0,2, khối lượng li m = 50g.
c) Kết quả ở hai câu trên có thay đổi không nếu li có nước ?

ĐS : a) $3m/s^2$

b) *0,25 N*

16.24* Xe lửa khối lượng M = 100 tấn đang chuyển động thẳng đều trên mặt phẳng ngang thì một số toa có khối lượng tổng cộng là m = 10 tấn rời khỏi xe.

Khi phần xe lửa tách ra *còn chuyển động*, khoảng cách giữa hai phần xe thay đổi theo thời gian theo quy luật nào ? Biết lực kéo của đầu máy không đổi, hệ số ma sát lăn k = 0,09. Cho g = $10m/s^2$.

ĐS : $l = 0,5t^2 (m)$

16.25 Một quả cầu có khối lượng m = 1kg, bán kính r = 8cm. Tìm vận tốc rơi cực đại của quả cầu. Biết rằng lực cản của không khí có biểu thức là $F = kSv^2$. (hệ số k = 0,024.)

ĐS : *144 m/s*

16.26 Hai quả cầu đồng chất giống nhau về mặt hình học nhưng làm bằng vật liệu khác nhau. Khối lượng riêng của các quả cầu là D_1, D_2 , Hai quả cầu đều rơi trong không khí.

Giả thiết rằng lực cản của không khí tỉ lệ với bình phương vận tốc, hãy xác định tỉ số giữa các vận tốc cực đại của các quả cầu.

ĐS : $\sqrt{\dfrac{D_1}{D_2}}$

16.27* Một mô hình tàu thủy m = 0,5kg được va chạm truyền vận tốc v_0 = 10 m/s. Khi chuyển động, tàu chịu lực cản có độ lớn tỉ lệ với vận tốc là F = 0,5v. Tìm quãng đường tàu đi được cho tới khi :

a) vận tốc giảm một nửa

b) tàu dừng lại.

ĐS : a) *5m*

b) *10m*

§9. PHƯƠNG PHÁP ĐỘNG LỰC HỌC

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA :

I. Phương pháp động lực học

Hệ thống và tổng quát hóa việc vận dụng các định luật cơ học :

– Chọn hệ quy chiếu thích hợp. Xác định các dữ liệu và các yêu cầu.

– Phân tích các lực tác dụng. Viết phương trình định luật II Newton.

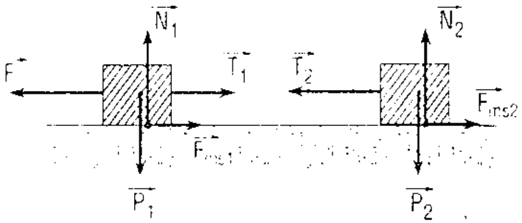
– Chiếu lên các trục tọa độ để thiết lập các phương trình đại số.

– Tìm ẩn của bài toán :

- Nếu biết *các lực*, ta tính được các đại lượng động học (Bài toán thuận)
- Nếu biết *chuyển động*, ta định được các lực tác dụng (Bài toán nghịch)

II. Hai trường hợp đặc biệt :

1. Chuyển động của hệ vật :



– Hai loại lực :

- *Ngoại lực :* lực do vật bên ngoài tác dụng lên các vật của hệ.
- *Nội lực :* lực tương tác giữa các vật của hệ.

– Nếu các vật của hệ có cùng gia tốc :

$$\sum \vec{F}_{ngoài} = \left(\sum m\right)\vec{a}$$

– Nội lực không gây gia tốc cho toàn thể hệ.

2. Sự tăng, giảm, mất trọng lượng :

– Ta có :

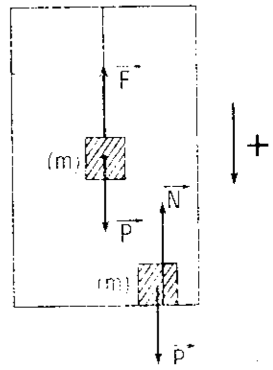
$$\boxed{F = N = P - ma}$$

($F = N$: trọng lượng)

– Tùy giá trị của a, có thể có :

- $F > P$: *tăng trọng lượng*
- $F < P$: *giảm trọng lượng*
- $F = 0$: *mất trọng lượng*

Thang máy chuyển động có gia tốc.



B. GIẢI TOÁN :

BÀI TOÁN 17

Bài toán tổng quát về chuyển động

■ PHƯƠNG PHÁP :

– *Áp dụng các bước của phương pháp Động lực học.*

– *Nếu vật chuyển động theo nhiều giai đoạn, lưu ý :*

* *Dùng phương pháp Động lực học cho mỗi giai đoạn.*
* *Vận tốc đầu của giai đoạn sau bằng vận tốc cuối của giai đoạn trước.*

– *Trong chuyển động của hệ vật, lưu ý :*

* *Có thể coi hệ là một vật có khối lượng là tổng khối lượng chịu tác dụng của ngoại lực nếu các vật của hệ có cùng vectơ gia tốc.*
* *Có thể khảo sát từng vật của hệ, lực tác dụng đều là ngoại lực.*
* *Lực tương tác trực đối; đặc biệt lực căng của dây hay lò xo nhẹ có độ lớn như nhau.*

– *Nếu hệ có ròng rọc, lưu ý :*

* *Khảo sát chuyển động của mỗi vật.*

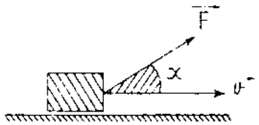
* *Đầu dây luồn qua ròng rọc động đi đoạn đường s thì trục ròng rọc đi đoạn đường $\frac{s}{2}$; độ lớn các vận tốc và gia tốc cũng theo tỉ lệ đó.*

– *Nếu hệ gồm hai vật đặt lên nhau, lưu ý :*

* *Khi có ma sát trượt, khảo sát chuyển động từng vật.*
* *Khi có ma sát nghỉ, hệ có thể coi là một vật.*

Thí dụ 17.1

Vật khối lượng m = 1kg được kéo chuyển động ngang bởi lực $\vec{F}$ hợp góc $\alpha = 30^o$ với phương ngang, độ lớn F = 2N. Biết sau khi bắt đầu chuyển động được 2s, vật đi được quãng đường 1,66m.

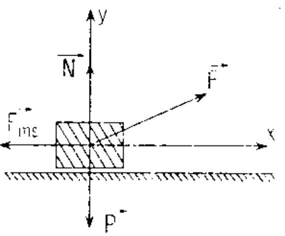


Cho $g = 10m/s^2$, $\sqrt{3} = 1,73$

a) Tính hệ số ma sát trượt k giữa vật và sàn.

b) Tính lại k nếu với lực $\vec{F}$ nói trên, vật chuyển động thẳng đều.

GIẢI



Lực tác dụng lên m : *trọng lực* $\vec{P}$, *lực đàn hồi* $\vec{N}$ và *lực ma sát* $\vec{F}_{ms}$ của mặt sàn, *lực kéo* $\vec{F}$.

a) Vật chuyển động nhanh dần :

Theo định luật II Newton :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \qquad (1)$$

– Chiếu (1) lên trục Oy theo hướng $\vec{N}$:

$$-P + N + F\sin\alpha = 0$$

Do đó : $N = P - F\sin\alpha$

$$F_{ms} = kN = k(mg - F\sin\alpha)$$

– Chiếu (1) lên trục Ox theo hướng chuyển động :

$$F\cos\alpha - F_{ms} = ma$$

$$F\cos\alpha - k(mg - F\sin\alpha) = ma \qquad (2)$$

Gia tốc chuyển động :

$$a = \frac{2s}{t^2} = 0,83(m/s^2)$$

Từ (2) ta suy ra :

$$k = \frac{F\cos\alpha - ma}{mg - F\sin\alpha}$$

$$= \frac{2\cos 30^o - 1.0,83}{1.10 - 2\sin 30^o} = \mathit{0,1}$$

b) Vật chuyển động thẳng đều :

Gia tốc chuyển động : a = 0

Tương tự câu trên, ta có :

$$k = \frac{F\cos\alpha}{mg - F\sin\alpha}$$

$$= \frac{2\cos 30^o}{10 - 2\sin 30^o} \approx \mathit{0,19}$$

Thí dụ 17.2

Một buồng thang máy khối lượng 1 tấn, chuyển động đi lên từ trạng thái đứng yên tại mặt đất. Trong giai đoạn đầu, thang máy chuyển động *nhanh dần đều*, đạt vận tốc 4 m/s sau thời gian 5s. Sau đó thang máy chuyển động *thẳng đều* trên quãng đường 20m và cuối cùng chuyển động *chậm dần đều*, dừng lại tại nơi

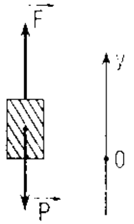
cách mặt đất 35 m. Bỏ qua ma sát, cho $g = 10m/s^2$.

a) Tính lực kéo của động cơ thang máy ở mỗi giai đoạn.

b) Tính vận tốc trung bình của thang máy trong suốt thời gian chuyển động.

c) Vẽ đồ thị gia tốc, vận tốc và tọa độ của chuyển động.

GIẢI



Lực tác dụng lên thang máy khi thang chuyển động : *trọng lực* $\vec{P}$, *lực kéo* $\vec{F}$.

Theo định luật II Newton : $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$

Chiếu phương trình lên trục Oy (trục thẳng đứng, hướng lên) :

$$F - P = ma$$

a) Tính lực kéo F :

$$F = P + ma = m(g + a)$$

* Giai đoạn thang máy chuyển động nhanh dần đều :

$$v_{01} = 0; \quad v_1 = 4m/s; \quad t_1 = 5s$$

Gia tốc chuyển động .

$$a_1 = \frac{v_1 - v_{01}}{t_1} = 0{,}8m/s^2$$

Quãng đường chuyển động : $s_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 = 10$ (m)

Lực kéo : $F_1 = m(g + a_1) = \mathbf{\textit{10800N}}$

* Giai đoạn thang máy chuyển động đều ($v_2 = v_1 = 4m/s$)

Gia tốc chuyển động : $a_2 = 0$

Lực kéo : $F_2 = m(g + a_2) = \mathbf{\textit{10000 (N)}}$

* Giai đoạn thang máy chuyển động chậm dần đều :

$$v_{03} = v_2 = 4m/s; \quad v_3 = 0;$$

$$s_3 = s - s_1 - s_2 = 5m$$

Gia tốc chuyển động : $a_3 = \frac{v_3^2 - v_{03}^2}{2s_3} = -1{,}6(m/s^2)$

Lực kéo : $F_3 = m(g + a_3) = \mathbf{\textit{8400 (N)}}$

b) Vận tốc trung bình trong suốt thời gian chuyển động :

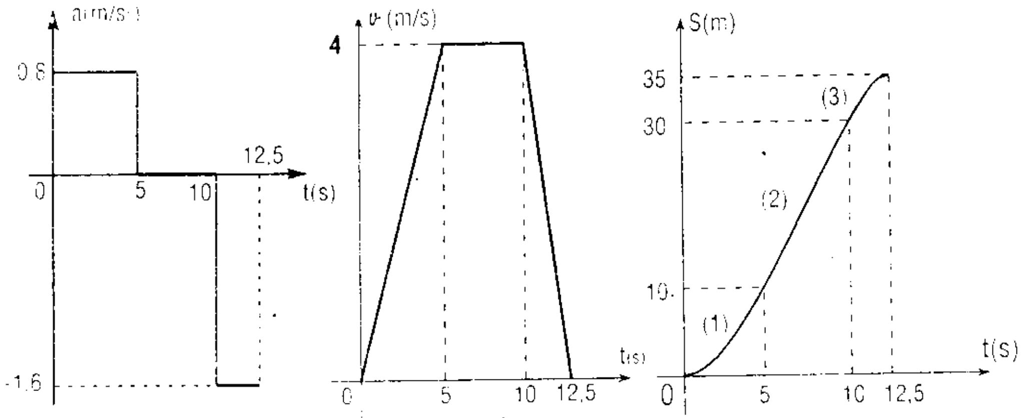
$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

Mà : $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{20}{4} = 5s$

$$t_3 = \frac{v_3 - v_{03}}{a_3} = \frac{0 - 4}{-1{,}6} = 2{,}5s$$

Suy ra : $\bar{v} = \frac{35}{5 + 5 + 2{,}5} = \mathbf{\textit{2,8m/s}}$

c) Đồ thị chuyển động :



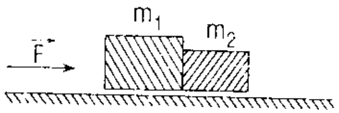
Đường biểu diễn đường đi trong các giai đoạn (1) và (3) là các đoạn parabol.

Thí dụ 17.3

Hai khối hình hộp khối lượng $m_1 = 3kg$, $m_2 = 2kg$ đặt tiếp xúc nhau trên một mặt phẳng ngang không ma sát. Tác dụng lực $\vec{F}$ nằm ngang lên khối m_1 như hình vẽ, $F = 6N$.

a) Phân tích các lực tác dụng lên mỗi vật.

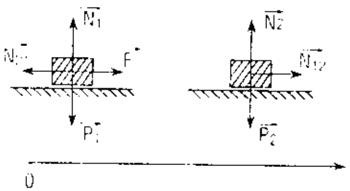
b) Tính gia tốc chuyển động của các vật và lực tương tác giữa hai vật.



GIẢI

a) Lực tác dụng :

– Lực tác dụng lên m_1 : *trọng lực* $\vec{P}_1$, *lực đàn hồi* $\vec{N}_1$ của mặt sàn, *lực đẩy* $\vec{F}$, *lực đàn hồi* $\vec{N}_{21}$ của vật m_2.



– Lực tác dụng lên m_2 : *trọng lực* $\vec{P}_2$, *lực đàn hồi* $\vec{N}_2$ của mặt sàn, *lực đàn hồi* $\vec{N}_{12}$ của vật m_1.

b) Gia tốc chuyển động :

Theo định luật II Newton :

- vật m_1 : $\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F} + \vec{N}_{21} = m_1\vec{a}$ (1)
- vật m_2 : $\vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{N}_{12} = m_2\vec{a}$ (2)

Chiếu (1) và (2) lên trục Ox cùng hướng chuyển động ta được :

$$F - N_{21} = m_1 a \quad (3)$$

$$N_{12} = m_2 a \quad (4)$$

Theo định luật III Newton : $N_{21} = N_{12}$

Cộng (3) , (4) ta suy ra :

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 1{,}2m/s^2$$

Lực tương tác :

Lực đàn hồi tương tác giữa 2 vật :

$$N_{21} = N_{12} = m_2 a = 2{,}4N$$

CHÚ Ý : Do hai vật chuyển động với cùng gia tốc, ta có thể coi hai vật là một hệ. Các lực đàn hồi $\vec{N}_{21}$ và $\vec{N}_{12}$ *là nội lực trong hệ. Ta có thể áp dụng định luật II Newton cho cả hệ để tính gia tốc :*

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F} = (m_1 + m_2)\vec{a}$$

Chiếu phương trình lên trục Ox :

$$F = (m_1 + m_2)a$$

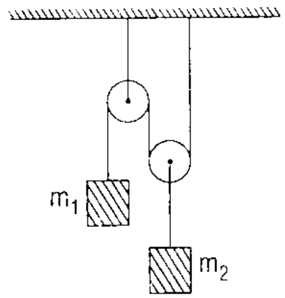
Suy ra : $$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 1{,}2m/s^2$$

Sau đó, ta dùng các phương trình (2) và (4) nêu trên để tính lực tương tác.

Thí dụ 17.4

Cho hệ thống như hình vẽ, $m_1 = 3kg, m_2 = 4kg$. Bỏ qua khối lượng ròng rọc và dây, cho $g = 10m/s^2$.

Tính gia tốc chuyển động của mỗi vật và lực căng của dây treo các vật. Bỏ qua ma sát.

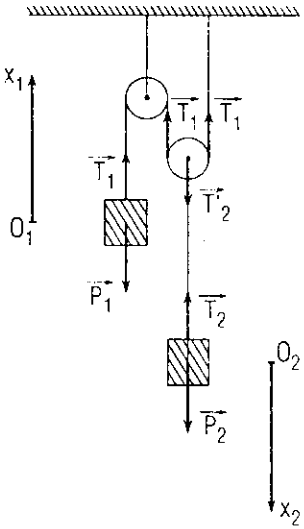


GIẢI

Lực tác dụng lên m_1 : *trọng lực* $\vec{P}_1$, *lực căng* $\vec{T}_1$ của dây.

Lực tác dụng lên m_2 : *trọng lực* $\vec{P}_2$, *lực căng* $\vec{T}_2$ của dây.

Lực tác dụng lên ròng rọc động : các *lực căng* $\vec{T}_1, \vec{T}_1, \vec{T'}_2$ của dây.



Theo định luật II Newton :

$$\vec{P_1} + \vec{T_1} = m_1\vec{a_1} \quad (1)$$

$$\vec{P_2} + \vec{T_2} = m_2\vec{a_2} \quad (2)$$

$$2\vec{T_1} + \vec{T'_2} = 0 \quad (3)$$

(vì ròng rọc nhẹ)

Chiếu (1) lên trục O_1x_1 :

$$-P_1 + T_1 = m_1a_1 \quad (4)$$

Chiếu (2) lên trục O_2x_2 :

$$P_2 - T_2 = m_2a_2 \quad (5)$$

Từ (3) suy ra :

$$2T_1 = T_2 \quad (6)$$

Từ hướng của các trục tọa độ và đặc điểm $s_1 = 2s_2$, ta suy ra :

$$a_1 = 2a_2 \quad (7)$$

Thay (6) , (7) vào (4), (5) ta được :

$$-m_1g + T_1 = m_1a_1$$

$$m_2g - 2T_1 = m_2\frac{a_1}{2}$$

Suy ra :

$$a_1 = \frac{2(m_2 - 2m_1)}{4m_1 + m_2}.g = -2{,}5m/s^2$$

$$a_2 = \frac{1}{2}a_1 = -1{,}25m/s^2$$

$\vec{a_1}$ hướng ngược chiều O_1x_1, $\vec{a_2}$ hướng ngược chiều O_2x_2

Nếu ban đầu ta giữ các vật đứng yên rồi thả cho các vật chuyển động không vận tốc đầu, chúng sẽ chuyển động nhanh dần đều. Khi đó, vật m_1 sẽ *đi xuống* còn vật m_2 *đi lên.*

Lực căng của dây :

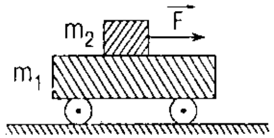
$$(4) \Rightarrow T_1 = m_1(a_1 + g) = 22{,}5N$$

$$(6) \Rightarrow T_2 = 2T_1 = 45N$$

Thí dụ 17.5

Xe có khối lượng $m_1 = 20$kg có thể chuyển động không ma sát trên mặt phẳng ngang. Ta đặt lên xe vật $m_2 = 5$kg. Hệ số ma sát giữa m_1 và m_2 là k = 0,2. Tác dụng lên m_2 lực $\vec{F}$ theo phương ngang.

Tìm gia tốc của m_1, của m_2 và lực ma sát giữa hai vật với các giá trị sau đây của F :



a) 2 N

b) 20 N

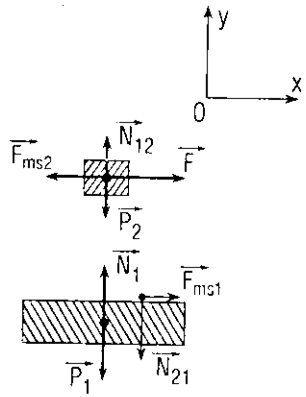
c) 12 N

Cho $g = 10m/s^2$

GIẢI

Lực tác dụng lên vật m_2 : *trọng lực* $\vec{P_2}$, *lực kéo* $\vec{F}$, *lực đàn hồi* $\vec{N_{12}}$ và *lực ma sát* $\vec{F_{ms2}}$ của vật m_1.

Lực tác dụng lên vật m_1 : *trọng lực* $\vec{P_1}$, *lực đàn hồi* $\vec{N_1}$ của mặt đường, *lực đàn hồi* $\vec{N_{21}}$ và *lực ma sát* $\vec{F_{ms1}}$ của vật m_2.



Theo định luật II Newton :

$$\vec{P_2} + \vec{N_{12}} + \vec{F} + \vec{F_{ms2}} = m_2\vec{a_2} \quad (2)$$

$$\vec{P_1} + \vec{N_1} + \vec{N_{21}} + \vec{F_{ms1}} = m_1\vec{a_1} \quad (1)$$

trong đó, theo định luật III Newton, độ lớn các lực :

$$N_{12} = N_{21}, F_{ms2} = F_{ms1} = F_{ms}.$$

Chiếu phương trình (2) lên trục Oy :

$$N_{12} - P_2 = 0 \Rightarrow N_{21} = N_{12} = m_2g$$

Chiếu 2 phương trình lên trục Ox :

$$\begin{cases} F - F_{ms2} = m_2a_2 & (2') \\ F_{ms1} = m_1a_1 & (1') \end{cases}$$

Do m_1 và m_2 đều có thể chuyển động nên ta cần tìm xem lực ma sát giữa m_1 và m_2 là *ma sát trượt* hay *ma sát nghỉ*.

Nếu ma sát là ma sát trượt :

$$F_{ms} = km_2g \text{ và } a_2 > a_1$$

Từ (1') và (2') ta suy ra :

$$\frac{F - km_2g}{m_2} > \frac{km_2g}{m_1}$$

$$F > km_2g\left(\frac{m_2}{m_1} + 1\right) = 12,5N$$

a) F = 2N : ma sát là ***ma sát nghỉ*** : $a_1 = a_2 = a$

Cộng (1') và (2'), ta suy ra :

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 0,08m/s^2$$

$$(1') \Rightarrow \quad F_{ms} = m_1a = 1,6N$$

b) F = 20N : ma sát là ***ma sát trượt :***

$$F_{ms} = km_2g = 10N$$

$$(1') \Rightarrow \quad a_1 = \frac{F_{ms}}{m_1} = 0,5m/s^2$$

$$(2') \Rightarrow \quad a_2 = \frac{F - F_{ms}}{m_2} = 2m/s^2$$

c) *F = 12N*, ma sát là ma sát nghỉ :

Tương tự câu a :

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 0,48m/s^2$$

$$F_{ms} = m_1a = 9,6N$$

CHÚ Ý : Học sinh thường hay lầm lẫn ở câu c, cho rằng ma sát là ma sát trượt vì $F = 12N$ lớn hơn $km_2g = 10N$.

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

• XÁC ĐỊNH CÁC ĐẠI LƯỢNG CỦA CHUYỂN ĐỘNG KHI BIẾT LỰC TÁC DỤNG VÀ NGƯỢC LẠI

17.6 Đoàn tàu có khối lượng m = 1000 tấn bắt đầu chuyển bánh, lực kéo của đầu máy là $25 . 10^4$N, hệ số ma sát lăn k = 0,005. Tìm vận tốc đoàn tàu khi nó đi được 1km và thời gian chuyển động trên quãng đường này. Cho $g = 10m/s^2$

*ĐS : **20 m/s ; 100 s***

17.7 Vật khối lượng m đặt trên mặt phẳng ngang chịu tác dụng của lực kéo $\vec{F}$ hợp với phương ngang góc α. Biết vật chuyển động với gia tốc a và có hệ số ma sát trượt với sàn là k. Tìm F.

$$ĐS : F = \frac{m(a + kg)}{k\sin\alpha + \cos\alpha}$$

17.8 Vật khối lượng m = 20kg được kéo chuyển động ngang bởi lực $\vec{F}$ hợp với phương ngang góc α (F = 120 N). Hệ số ma sát trượt với sàn là k.

Nếu $\alpha = \alpha_1 = 60^\circ$, vật chuyển động đều. Tìm gia tốc chuyển

động nếu $\alpha = \alpha_2 = 30^o$,

Cho $g = 10m/s^2$.

ĐS : $a \approx 0,82\ m/s^2$

17.9 Vật có khối lượng m = 2,5kg rơi thẳng đứng từ độ cao 100 m không vận tốc đầu, sau 10 s thì chạm đất.

Tìm lực cản của không khí (coi như không đổi) tác động lên vật. Cho $g = 10m/s^2$

ĐS : 20N

17.10 Hai xe có khối lượng $m_1 = 500kg$, $m_2 = 1000kg$ khởi hành không vận tốc đầu từ A và B cách nhau 1,5km chuyển động đến gặp nhau. Lực kéo của các động cơ xe lần lượt là 600 N và 900 N. Hệ số ma sát lăn của xe với mặt đường lần lượt là 0,1 và 0,05. Xe (II) khởi hành sau xe (I) 50 giây. Hỏi hai xe gặp nhau lúc nào và tại đâu ? Cho $g = 10m/s^2$

ĐS : Gặp sau khi xe I đi 100s, cách A 1km.

17.11 Từ mặt đất ta ném một vật khối lượng 5kg lên cao theo phương thẳng đứng. Thời gian đạt độ cao cực đại là t_1 và thời gian trở lại mặt đất là t_2. Biết $t_1 = \frac{t_2}{2}$.

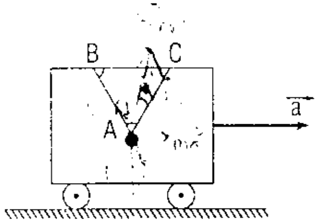
Tính độ lớn lực cản không khí (xem như không đổi). Cho $g = 10m/s^2$.

ĐS : 30N

17.12 Quả cầu khối lượng m = 100g treo ở đầu sợi dây trong một toa tàu. Tàu chuyển động ngang với gia tốc a. Dây treo nghiêng góc $\alpha = 30^o$ với phương thẳng đứng. Tìm a và lực căng của dây.

ĐS : $5,7m/s^2$; 1,15N

17.13 Quả cầu khối lượng m được treo bởi hai dây nhẹ trên trần một toa xe như hình vẽ, AB = BC = CA.



Toa xe chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc a.

Tính a :

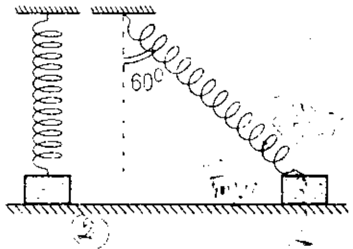
a) Cho biết lực căng dây AC gấp 3 lần dây AB.

b) để dây AB chùng (không bị căng).

ĐS : a) $a = \frac{g}{2\sqrt{3}}$

b) $a \geq \frac{g}{\sqrt{3}}$

17.14 Vật khối lượng m = 0,5kg nằm trên mặt bàn nằm ngang, gắn vào đầu một lò xo thẳng đứng có k = 10N/m. Ban đầu lò xo dài $l_0 = 0,1$ m và không biến dạng. Khi bàn chuyển động đều theo phương ngang, lò xo nghiêng góc $\alpha = 60^o$ so với phương thẳng đứng. Tìm hệ số ma sát k' giữa vật và bàn.



ĐS : $k' \approx 0,2$

• CHUYỂN ĐỘNG GỒM NHIỀU GIAI ĐOẠN KHÁC NHAU

17.15 Xe tải khối lượng m = 1 tấn bắt đầu chuyển động trên mặt đường nằm ngang. Biết hệ số ma sát lăn giữa xe và mặt đường là k = 0,1. Ban đầu lực kéo của động cơ xe là 2000N.

a) Tìm vận tốc và quãng đường chuyển động sau 10s.

b) Trong giai đoạn kế, xe chuyển động đều trong 20s. Tìm lực kéo của động cơ xe trong giai đoạn này.

c) Sau đó xe tắt máy, hãm phanh và dừng lại sau khi bắt đầu hãm phanh 2 s. Tìm lực hãm.

d) Tính vận tốc trung bình của xe suốt thời gian chuyển động.

e) Vẽ đồ thị vận tốc, gia tốc và đường đi của chuyển động.

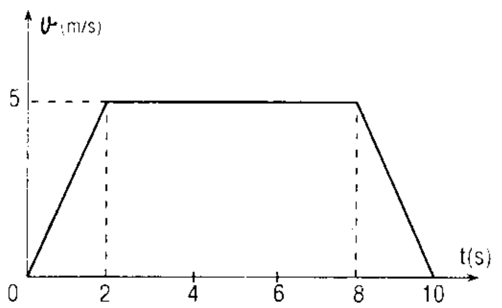
ĐS : a) *10m/s , 50m*
b) *1000N*
c) *4000N*
d) *8,1m/s*

17.16 Thang máy khối lượng 1000kg chuyển động có đồ thị vận tốc như hình vẽ.

Tính lực căng của dây cáp treo thang máy trong từng giai đoạn chuyển động. Xét hai trường hợp :

a) thang máy đi lên,

b) thang máy đi xuống.



c) Biết rằng trong buồng thang máy nêu trên có một người khối lượng 50 kg đứng trên sàn. Khi thang máy đi xuống, tìm trọng lượng của người trong từng giai đoạn chuyển động của thang máy.

Khi nào trọng lượng của người bằng 0 ?

ĐS : a) *12500N ; 10000N ; 7500N*
b) *7500N ; 10000N ; 12500N*
c) *375N ; 500N ; 625N*

17.17 Khoảng cách giữa hai nhà ga là s = 10,8km. Một đầu máy xe lửa khối lượng m = 1 tấn khởi hành không vận tốc đầu từ nhà ga I, chuyển động thẳng nhanh dần đều trong thời gian t_1 = 5 phút, sau đó nó chạy chậm dần đều và dừng lại trước nhà ga II. Thời gian chuyển động tổng cộng là t = 20 phút. Biết hệ số ma sát lăn k = 0,04.

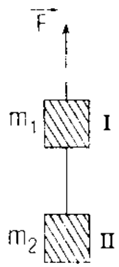
Tìm lực kéo của đầu máy trong từng giai đoạn chuyển động.

ĐS : 460N ; 380N

• CHUYỂN ĐỘNG CỦA CÁC VẬT LIÊN KẾT BẰNG DÂY NỐI

* Theo phương thẳng đứng

17.18 Hai vật m_1 = 1kg, m_2 = 0,5kg nối với nhau bằng một sợi dây và được kéo lên thẳng đứng nhờ lực F = 18N đặt lên vật I.

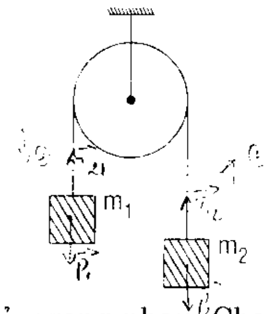


Tìm gia tốc chuyển động và lực căng của dây.

Dây không dãn và có khối lượng không đáng kể. Cho g = 10m/s^2

ĐS : 2 m/s^2, 6N

17.19 Cho hệ như hình vẽ. Hai vật nặng có cùng khối lượng m = 1kg có độ cao chênh nhau một khoảng h = 2m. Đặt thêm vật m' = 500g lên vật m_1 ở cao hơn. Bỏ qua ma sát, khối lượng dây và ròng rọc.

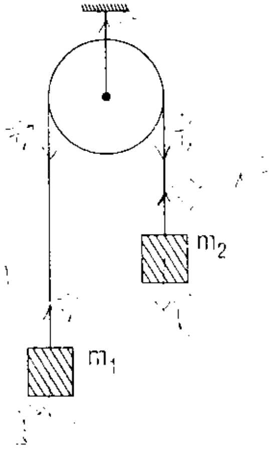


Tìm vận tốc các vật khi hai vật m_1 và m_2 ở ngang nhau. Cho g = 10m/s^2

ĐS : 2m/s

17.20 Cho hệ như hình vẽ, m_1 = $2m_2$. Biết rằng lực căng của dây treo ròng rọc là 52,3N.

Tìm gia tốc chuyển động của mỗi vật, lực căng của dây và khối lượng mỗi vật. Cho $g = 9,8m/s^2$. Bỏ qua khối lượng dây và ròng rọc.



ĐS : $3,27m/s^2$; 26,15N, 4kg ; 2kg

17.21* Vật khối lượng m được treo vào trần một buồng thang máy khối lượng M; m cách sàn thang máy khoảng s. Tác dụng lên buồng thang máy lực F hướng lên.

a) Tính gia tốc của m và lực căng của dây treo.

b) Dây đứt đột ngột. Tính gia tốc của vật và buồng thang máy sau khi dây đứt và thời gian từ lúc dây đứt đến lúc m chạm sàn.

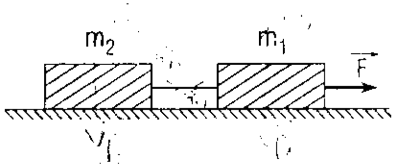
ĐS : a) $a = \dfrac{F}{m+M} - g$; $T = \dfrac{mF}{m+M}$

b) $a_1 = \dfrac{F}{M} - g$; $a_2 = -g$; $t = \sqrt{\dfrac{2sM}{F}}$

* Theo phương nằm ngang

17.22 Hai vật $m_1 = 5kg$, $m_2 = 10kg$ nối với nhau bằng một dây nhẹ, đặt trên mặt phẳng ngang không ma sát. Tác dụng lực nằm ngang F = 18N lên vật m_1.

a) Phân tích lực tác dụng lên từng vật và dây. Tính vận tốc và quãng đường mỗi vật sau khi bắt đầu chuyển động 2s.



b) Biết dây chịu lực căng tối đa 15N. Hỏi khi hai vật chuyển động, dây có đứt không ?

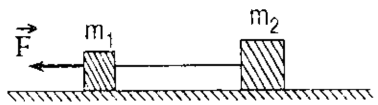
c) Tìm độ lớn lực kéo F để dây bị đứt.

d) Kết quả của câu c có thay đổi không, nếu hệ số ma sát trượt giữa m_1 và m_2 với sàn là k ?

ĐS : a) *2,4m/s ; 2,4 m*

c) $F \geq 22,5N$

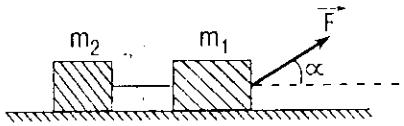
17.23 Cho hệ như hình vẽ. Biết m_1, m_2, hệ số ma sát trượt của hai vật k_1, k_2 và lực căng tối đa T_0 của dây.



Tìm độ lớn $\vec{F}$ đặt lên m_1 ($\vec{F}$ hướng dọc theo dây) để dây không đứt.

$$ĐS : F < \frac{m_1m_2(k_1 - k_2)g + (m_1 + m_2)T_0}{m_2}$$

17.24 Cho hệ như hình vẽ :

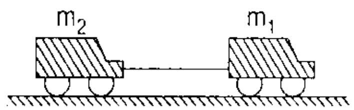


$m_1 = 1kg$, $m_2 = 2kg$, $k_1 = k_2 = 0,1$, $F = 6$ N , $\alpha = 30^o$, $g = 10$ m/s^2, $\sqrt{3} = 1,7$.

Tính gia tốc chuyển động và lực căng của dây.

ĐS : $0,8m/s^2$, 3,6N

17.25 Hai xe có khối lượng $m_1 = 500kg$, $m_2 = 1000kg$ nối với nhau bằng một dây xích nhẹ, chuyển động trên mặt đường ngang. Hệ số ma sát lăn của mặt đường và xe là $k_1 = 0,1$ và $k_2 = 0,05$. Xe I kéo xe II và sau khi bắt đầu chuyển động 10s hai xe đi được quãng đường 25m.



a) Tìm lực kéo của động cơ xe I và lực căng của dây.

b) Sau đó xe I tắt máy. Hỏi xe II phải hãm phanh với lực hãm

bao nhiêu để dây xích chùng nhưng xe II không tiến lại gần xe I. Khi này hai xe sẽ đi thêm quãng đường bao nhiêu trước khi dừng lại ?

ĐS : a) *1750N, 1000N*
b) *500N , 12,5m*

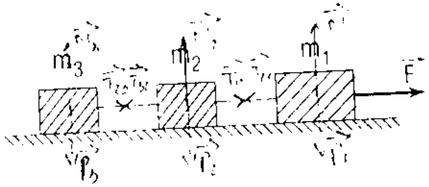
17.26 Đoàn xe lửa gồm đầu máy khối lượng 20 tấn kéo 10 toa mỗi toa khối lượng 8 tấn, khởi hành trên đường thẳng nằm ngang; lực kéo của đầu máy F_k = 50000N. Đoàn tàu đạt vận tốc 36km/h sau quãng đường 125m.

Tính hệ số ma sát lăn giữa đoàn tàu với đường ray và lực kéo do đầu máy tác dụng lên toa I.

ĐS : *0,01, 40000N*

17.27 Cho hệ như hình vẽ :

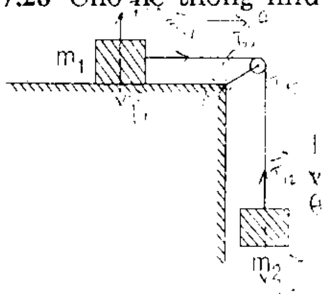
m_1 = 3kg, m_2 = 2kg, m_3 = 1kg, F = 12N. Bỏ qua ma sát và khối lượng dây nối. Tìm gia tốc mỗi vật và lực căng của dây nối các vật.



ĐS : *2m/s² ; 6N ; 2N*

* Theo các phương khác nhau.

17.28 Cho hệ thống như hình vẽ :

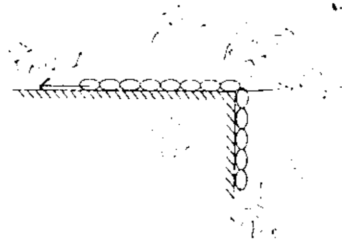


m_1 = 1,6kg, m_2 = 400 g, g = 10m/s². Bỏ qua ma sát, khối lượng dây và ròng rọc.

Tìm quãng đường mỗi vật đi được sau khi bắt đầu chuyển động 0,5s và lực nén lên trục ròng rọc.

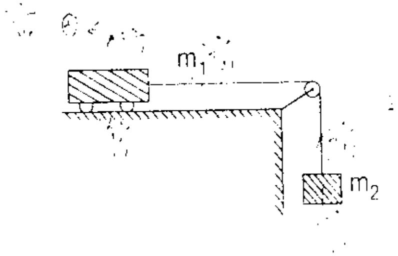
ĐS : *0,25m ; 4,5N*

17.29 Xích có chiều dài l = 1m nằm trên bàn, một phần chiều dài l' thòng xuống cạnh bàn. Hệ số ma sát giữa xích và bàn là k = $\frac{1}{3}$. Tìm l' để xích bắt đầu trượt khỏi bàn.



ĐS : *0,25m*

17.30 Xe lăn m_1 = 500g và vật m_2 = 200g nối bằng dây qua ròng rọc nhẹ như hình vẽ. Tại thời điểm ban đầu, m_1 và m_2 có vận tốc v_0 = 2,8m/s, m_1 đi sang trái còn m_2 đi lên. Bỏ qua ma sát. Cho g = 9,8m/s². Tính :



a) Độ lớn và hướng vận tốc xe lúc t = 2s.

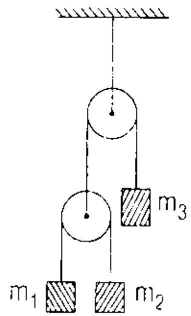
b) Vị trí xe lúc t = 2s và quãng đường xe đã đi được sau thời gian 2s.

ĐS : a) *−2,8m/s ; sang phải*
b) *Ở vị trí ban đầu, s = 2,8m*

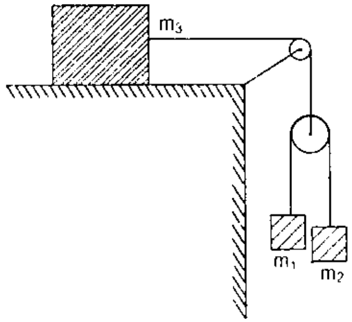
• CHUYỂN ĐỘNG CỦA CÁC VẬT NỐI VỚI NHAU QUA RÒNG RỌC ĐỘNG

17.31 Cho hệ như hình vẽ : m_1 = 3kg, m_2 = 2kg , m_3 = 5kg.

Tìm gia tốc mỗi vật và lực căng của các dây nối.



ĐS : *1,8m/s² ; −2,2m/s²*
0,2m/s² ; 24N
48N.

17.32 

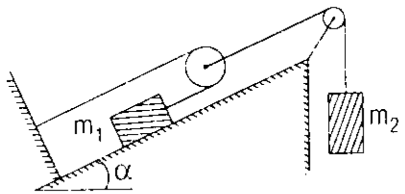
Cho hệ như hình vẽ : $m_1 = 1kg$, $m_2 = 2kg$, $m_3 = 4kg$. Bỏ qua ma sát.

Tìm gia tốc của m_1.

Cho $g = 10m/s^2$

ĐS : $2m/s^2$

17.33 Cho hệ như hình vẽ : $m_1 = 3kg$, $m_2 = 2kg$, $\alpha = 30^o$, $g = 10m/s^2$. Bỏ qua ma sát. Tính gia tốc của mỗi vật.

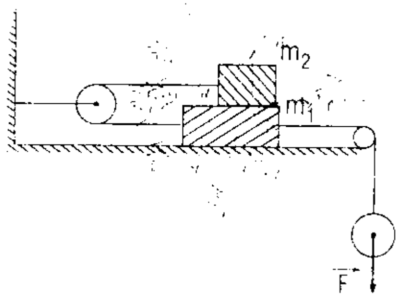


ĐS : $a_1 = -\frac{10}{7}m/s^2 \approx -1{,}43m/s^2$

$a_2 = -\frac{5}{7}m/s^2 \approx -0{,}71m/s^2$

• CHUYỂN ĐỘNG CỦA CÁC VẬT ĐẶT CHỒNG LÊN NHAU

17.34 Cho hệ như hình vẽ : $m_1 = m_2$. Hệ số ma sát giữa m_1 và m_2, giữa m_1 và sàn là k = 0.3; F = 60N, a = $4m/s^2$.

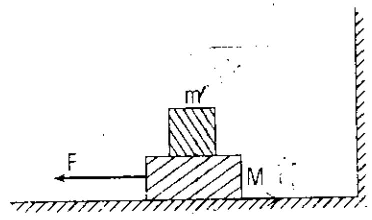


a) Tìm lực căng T của dây nối ròng rọc với tường.

b) Thay F bằng vật có P = F. Lực căng T có thay đổi không ?

ĐS : a) 42N

17.35 Cho hệ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa m và M, giữa M và sàn là k. Tìm F để M chuyển động đều, nếu :



a) m đứng yên trên M.

b) m nối với tường bằng một dây nằm ngang.

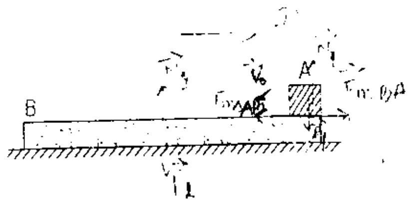
c) m nối với M bằng một dây nằm ngang qua một ròng rọc gắn vào tường.

ĐS : a) $k(M + m)g$

b) $k(M + 2m)g$

c) $k(M + 3m)g$

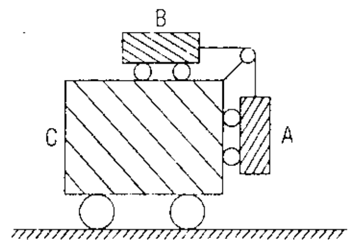
17.36 Vật A bắt đầu trượt từ đầu tấm ván B nằm ngang. Vận tốc ban đầu của A là 3m/s , của B là 0. Hệ số ma sát giữa A và B là 0,25. Mặt sàn là nhẵn. Chiều dài của ván B là 1,6 m. Vật A có m_1 = 200g, vật B có m_2 = 1kg.



Hỏi A có trượt hết tấm ván B không? Nếu không, quãng đường đi được của A trên tấm ván là bao nhiêu và hệ thống sau đó chuyển động ra sao ?

ĐS : Không; 1,5 m ; 0,5m/s.

17.37 Cho hệ như hình vẽ , m_A = 300 g, m_B = 200g, m_C = 1500g. Tác dụng lên C lực $\vec{F}$ nằm ngang sao cho A và B đứng yên đối với C.



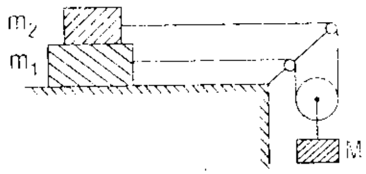
Tìm chiều, độ lớn của $\vec{F}$ và lực căng của dây nối A, B.

Bỏ qua ma sát, khối lượng dây và ròng rọc.

Cho $g = 10m/s^2$.

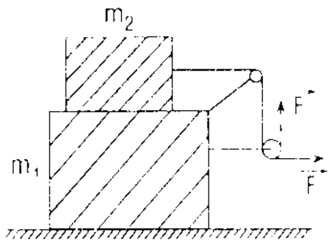
ĐS : 30N ; 3N

17.38* Cho hệ như hình vẽ : $M = m_1 + m_2$, bàn nhẵn, hệ số ma sátgiữa m_1 và m_2 là k. Tính $\frac{m_1}{m_2}$ để chúng không trượt lên nhau.



ĐS : $1 - 4k \le \frac{m_1}{m_2} \le 1 + 4k$

17.39* Cho hệ như hình vẽ, $m_1 = 15kg$, $m_2 = 10kg$. Sàn nhẵn, hệ số ma sát giữa m_1 và m_2 là 0,5; $F = 80N$.



Tính gia tốc của m_1 trong mỗi trường hợp sau :

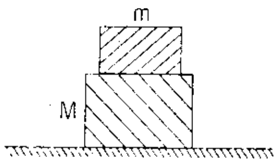
a) $\vec{F}$ nằm ngang.

b) $\vec{F}$ thẳng đứng hướng lên.

ĐS : a) $3,2m/s^2$

b) $2m/s^2$

17.40* Cho hệ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa m và M là k_1, giữa M và sàn là k_2.



Tìm độ lớn lực F nằm ngang :

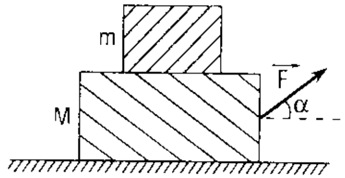
a) đặt lên m để m trượt lên M.

b) đặt lên M để M trượt khỏi m.

ĐS : a) $F > k_1mg$ và $F > (k_1 - k_2)(M + m)\frac{mg}{M}$

b) $F > (k_1 + k_2)(M + m)g$

17.41* Cho hệ như hình vẽ :



$m = 0,5kg$, $M = 1kg$.

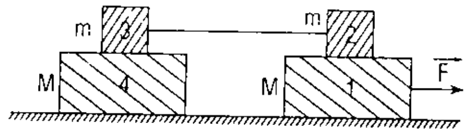
Hệ số ma sát giữa m và M là $k_1 = 0,1$, giữa M và sàn là $k_2 = 0,2$.

Khi α thay đổi ($0 < \alpha < 90^o$), tìm F nhỏ nhất để M thoát khỏi m và tính α khi này.

ĐS : $F = \frac{(k_1 + k_2)(M + m)g}{\sqrt{1 + k_2^2}} \approx 4,41N$

$\alpha = arctg\, k_2 \approx 11^0$

17.42* Cho hệ như hình vẽ. Biết M, m, F, hệ số ma sát giữa M và m là k, mặt bàn nhẵn.



Tìm gia tốc của các vật trong hệ.

ĐS :

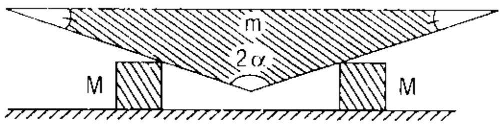
– *Nếu* $F \le F_0$: $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = \frac{F}{2(M + m)}$

– *Nếu* $F > F_0$: $a_1 = \frac{F - kmg}{M}$;

$a_2 = a_3 = a_4 = \frac{kmg}{2m + M}$

$\left(F_0 = \frac{2km(m + M)g}{2m + M}\right)$

17.43* Cho hệ như hình vẽ. Ma sát giữa m và M là nhỏ. Hệ số ma sát giữa M và sàn là k.



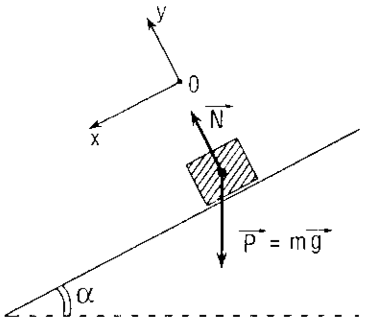
Tính gia tốc của M.

$$ĐS: a = \frac{mgtg\,\alpha(1 - ktg\,\alpha) - 2kMgtg^2\alpha}{m(1 - ktg\,\alpha) + 2Mtg^2\alpha}$$

§10. CHUYỂN ĐỘNG TRÊN MẶT PHẲNG NGHIÊNG

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

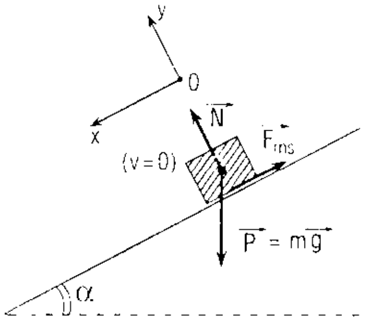
I. Trường hợp mặt phẳng nghiêng không ma sát



Gia tốc của chuyển động :

$$\mathbf{a = g \cdot \sin\alpha}$$

II. Trường hợp mặt phẳng nghiêng có ma sát :



1. Vật nằm yên hoặc chuyển động thẳng đều :

Điều kiện :

$$\mathbf{tg\,\alpha < k}$$

(k : hệ số ma sát trượt)

2. Vật trượt xuống theo mặt phẳng nghiêng :

Gia tốc của chuyển động :

$$\mathbf{a = g(\sin\alpha - k \cdot \cos\alpha)}$$

3. Vật trượt lên theo mặt phẳng nghiêng (do có vận tốc đầu) :

Gia tốc của chuyển động :

$$\mathbf{a = -g(\sin\alpha + k \cdot \cos\alpha)}$$

B. GIẢI TOÁN

BÀI TOÁN 18

Khảo sát chuyển động trên mặt phẳng nghiêng

■ PHƯƠNG PHÁP :

– *Áp dụng các bước của phương pháp Động lực học cho trường hợp chuyển động.*

– *Hai trục thường sử dụng là trục song song với mặt phẳng nghiêng và trục vuông góc với mặt phẳng này.*

– *Để ý chiều của lực ma sát.*

Thí dụ 18.1

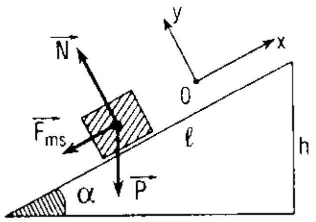
Vật đang chuyển động với vận tốc 25m/s thì trượt lên dốc. Biết dốc dài 50m, cao 14m, hệ số ma sát giữa vật và dốc là k = 0,25. Cho $g = 10m/s^2$.

a) Tìm gia tốc của vật khi lên dốc.

b) Vật có lên hết dốc không ? Nếu có, tìm vận tốc của vật ở đỉnh dốc và thời gian lên dốc.

GIẢI

a) *Gia tốc :*



– Chọn trục Ox dọc theo mặt dốc hướng lên, trục Oy vuông góc với mặt dốc, hướng lên.

Lực tác dụng lên vật khi lên dốc :

$$\vec{P},\ \vec{N},\ \vec{F}_{ms}$$

– Theo định luật II Newton :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$$

Chiếu phương trình lên Oy : $-P\cos\alpha + N = 0$

Ox : $-P\sin\alpha - F_{ms} = ma$

$$\sin\alpha = \frac{h}{l} = 0{,}28\,;\ \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0{,}9$$

$$\Rightarrow \quad F_{ms} = kN = kmg\cos\alpha$$

$$a = \frac{-P\sin\alpha - kmg\cos\alpha}{m}$$

$$a = -g(\sin\alpha + k\cos\alpha) = -5{,}2m/s^2$$

b) *Quãng đường – Vận tốc – Thời gian :*

Gọi s là chiều dài tối đa vật có thể đi lên trên mặt dốc (cho đến lúc vận tốc v = 0).

Ta có : $s = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a} = \dfrac{0-(25)^2}{2(-5{,}2)} \approx 60{,}1m$

Vì $s > l$ nên *vật sẽ lên hết dốc*. Khi lên đến đỉnh dốc vật đã đi được quãng đường bằng l.

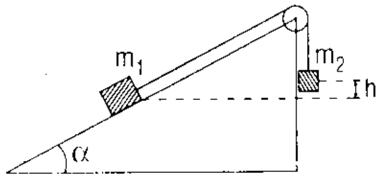
– Vận tốc vật ở đỉnh dốc :

$$v = \sqrt{2al + v_0^2} \approx 10{,}25m/s$$

– Thời gian vật lên dốc :

$$t = \frac{v - v_0}{a} \approx 2{,}84s$$

Thí dụ 18.2



Cho hệ thống như hình vẽ : $m_1 = 3kg$, $m_2 = 2kg$, $\alpha = 30^\circ$. Ban đầu m_1 được giữ ở vị trí thấp hơn m_2 một đoạn h = 0,75m. Thả cho hai vật chuyển động.

Bỏ qua ma sát, khối lượng ròng rọc và dây.

Cho $g = 10m/s^2$.

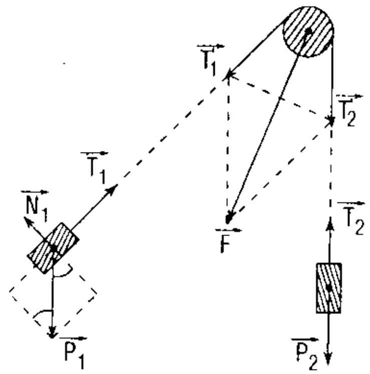
a) Hỏi hai vật sẽ chuyển động theo chiều nào ?

b) Bao lâu sau khi bắt đầu chuyển động, hai vật sẽ ở ngang nhau ?

c) Tính lực nén lên trục ròng rọc.

GIẢI

a) *Chiều chuyển động :*



Vật m_1 có thể chuyển động dọc theo mặt phẳng nghiêng còn m_2 chuyển động thẳng đứng.

Thành phần trọng lực của m_1 theo phương dọc theo mặt phẳng nghiêng :

$$P_1\sin\alpha = 15N$$

Trọng lực tác dụng lên m_2: $P_2 = 20N$.

Vì $P_2 > P_1\sin\alpha$ nên m_2 sẽ *đi xuống* còn m_1 *đi lên*.

b) *Thời gian để hai vật ngang nhau :*

– Theo định luật II Newton :

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1 \quad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2 \quad (2)$$

Chiếu (1) và (2), theo thứ tự, lên hướng chuyển động của m_1 và m_2 :

$$-P_1\sin\alpha + T_1 = m_1a_1$$

$$P_2 - T_2 = m_2a_2$$

Vì $a_1 = a_2 = a$; $T_1 = T_2 = T$, ta suy ra :

Gia tốc chuyển động :

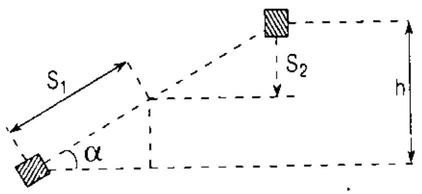
$$a = \frac{m_2 - m_1\sin\alpha}{m_1 + m_2}\cdot g = 1m/s^2$$

Lực căng của dây :

$$T = m_2(g - a) = 18N$$

– Gọi quãng đường của mỗi vật là $s_1 = s_2 = s$.

Khi hai vật ở ngang nhau :



$$s_1\sin\alpha + s_2 = h$$

$$s(\sin\alpha + 1) = h$$

$$s = \frac{h}{\sin\alpha + 1} = 0,5m$$

Thời gian chuyển động : $t = \sqrt{\dfrac{2s}{a}} = \mathit{1s}$

c) *Lực nén :*

Dây nén lên ròng rọc hai lực căng $\vec{T'}_1$ và $\vec{T'}_2$

$$T'_1 = T'_2 = T = 18N.$$

Góc tạo bởi $\vec{T'}_1$ và $\vec{T'}_2$: $\beta = 90^o - \alpha = 60^o$

Lực nén lên ròng rọc : $\vec{F} = \vec{T'}_1 + \vec{T'}_2$

Độ lớn :

$$F = 2T.\cos\frac{\beta}{2} = 18\sqrt{3} \approx \mathit{31,2N}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

• CHUYỂN ĐỘNG CỦA MỘT VẬT TRÊN MẶT PHẲNG NGHIÊNG

18.3 Vật đặt trên đỉnh dốc dài 165m, hệ số ma sát k = 0,2, góc nghiêng của dốc là α.

a) Với giá trị nào của α, vật nằm yên không trượt ?

b) Cho $\alpha = 30^o$, tìm thời gian vật xuống dốc và vận tốc vật ở chân dốc.

Cho : tg $11^o = 0,2$; cos $30^o = 0,85$

ĐS : a) $\alpha < 11^o$
b) *10s ; 33m/s*

18.4 Sau bao lâu vật m trượt hết máng nghiêng có độ cao h góc nghiêng β nếu với góc nghiêng α vật chuyển động đều.

$$ĐS : t = \frac{1}{\sin\beta}\sqrt{\frac{2h}{g(1 - tg\,\alpha\,cotg\,\beta)}}$$

18.5 Vật khối lượng m = 100kg chuyển động đều lên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^o$ khi chịu lực F = 600N dọc theo mặt nghiêng.

Hỏi khi thả vật, nó chuyển động xuống với gia tốc là bao nhiêu ? (Coi ma sát là đáng kể.)

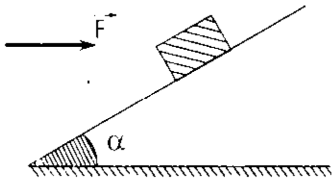
ĐS : $4m/s^2$

18.6 Xe lăn không ma sát xuống một mặt nghiêng, góc nghiêng là α. Trên xe có treo một con lắc.

Tìm phương của dây treo con lắc.

ĐS : *vuông góc với mặt phẳng nghiêng.*

18.7

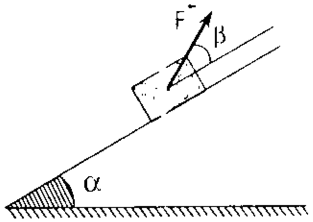


Cần tác dụng lên vật m trên mặt phẳng nghiêng góc α một lực $\vec{F}$ nằm ngang nhỏ nhất và lớn nhất bao nhiêu để vật nằm yên ? Cho hệ số ma sát là k.

ĐS : $F_{min} = \dfrac{(tg\,\alpha - k)mg}{1 + ktg\,\alpha}$

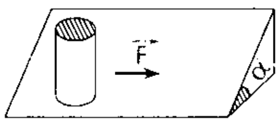
$F_{max} = \dfrac{(tg\,\alpha + k)mg}{1 - ktga}$

18.8* Vật m được kéo trượt đều trên mặt phẳng nghiêng góc α, lực kéo $\vec{F}$ hợp với mặt nghiêng góc β, hệ số ma sát là k. Tìm β để F nhỏ nhất.



ĐS : $\beta = arctg\,k$

18.9* Vật m đặt trên mặt phẳng nghiêng góc α chịu lực $\vec{F}$ dọc theo cạnh ngang của mặt phẳng như hình vẽ.



a) Tìm giá trị F nhỏ nhất để m chuyển động, biết hệ số ma sát giữa m và mặt phẳng là $k > tg\,\alpha$.

b) Khi $F > F_{min}$, tìm gia tốc của a.

ĐS : a) $F_{min} = mg\sqrt{k^2cos^2\alpha - sin^2\alpha}$

b) $a = \sqrt{g^2sin^2\alpha + \left(\dfrac{F}{M}\right)^2} - kgcos\,\alpha$

18.10 Vật trượt từ đỉnh mặt phẳng nghiêng nhẵn dài l = 10m góc nghiêng $\alpha = 30^o$.

Hỏi vật tiếp tục chuyển động trên mặt phẳng ngang bao lâu khi xuống hết mặt nghiêng, biết hệ số ma sát với mặt ngang k = 0,1 ?

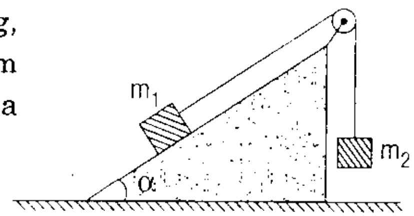
ĐS : *10s*

18.11 Do có vận tốc đầu, vật trượt lên rồi lại trượt xuống trên một mặt nghiêng, góc nghiêng $\alpha = 15^o$. Tìm hệ số ma sát k biết thời gian đi xuống gấp n = 2 lần thời gian đi lên.

ĐS : $k = \dfrac{(n^2 - 1)tg\,\alpha}{n^2 + 1} \approx 0{,}16$

• CHUYỂN ĐỘNG CỦA HỆ NHIỀU VẬT TRÊN MẶT PHẲNG NGHIÊNG

18.12 Cho hệ như hình vẽ : m_1 = 5kg, $\alpha = 30^o$, m_2 = 2kg, k = 0,1. Tìm gia tốc chuyển động và lực căng của dây. Cho g = $10m/s^2$

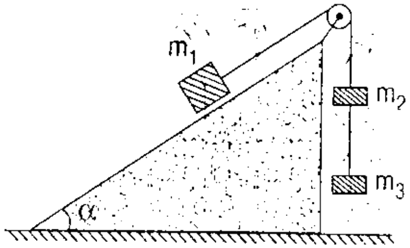


ĐS : $a \approx 0{,}1\ m/s^2$,

$T \approx 20{,}2N$

18.13 Cho hệ như hình vẽ : m_1 = 1,2kg, $\alpha = 30^o$. Bỏ qua kích thước các vật, khối lượng ròng rọc và dây, ma sát. Dây nối m_2 và m_3 dài 2m. Khi hệ bắt đầu chuyển động, m_3 cách mặt đất 2m.

Cho g = $10 m/s^2$. Biết $m_2 = 0,6 kg$, $m_3 = 0,2 kg$.



a) Tìm gia tốc chuyển động, lực căng của các dây và thời gian chuyển động của m_3.

b) Tính thời gian từ lúc m_3 chạm đất đến khi m_2 chạm đất và lực căng của dây trong giai đoạn này.

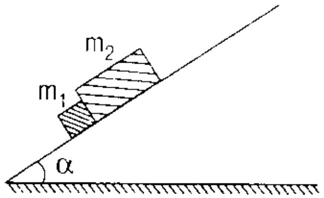
c) Bao lâu kể từ lúc m_2 chạm đất, m_2 bắt đầu đi lên ?

ĐS : a) *$1 m/s^2$; 7,2N; 1,8N, 2s*
b) *1s; 6N*
c) *0,8s*

18.14 Trên mặt phẳng nghiêng góc α có một tấm ván khối lượng M trượt xuống với hệ số ma sát k. Trên tấm ván có một vật khối lượng m trượt không ma sát.
Tìm giá trị của m để ván chuyển động đều.

$$ĐS : m = \frac{(tg\alpha - k)M}{k}$$

18.15 Cho hệ như hình vẽ. Biết m_1, m_2, k_1, k_2 ($k_1 > k_2$). Tìm :



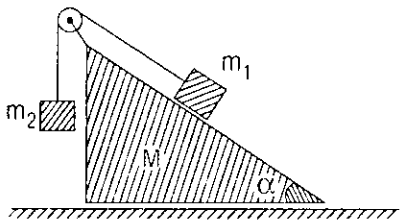
a) lực tương tác giữa m_1 và m_2 khi chuyển động.

b) giá trị nhỏ nhất của α để hai vật trượt xuống.

ĐS : a) $F = \dfrac{m_1m_2(k_1 - k_2)g\cos\alpha}{m_1 + m_2}$

b) $\alpha_{min} = arctg\left(\dfrac{k_1m_1 + k_2m_2}{m_1 + m_2}\right)$

18.16* Cho hệ như hình vẽ, m_1 đi xuống không ma sát, M nằm yên. Tìm :



a) Gia tốc của m_1, m_2, lực căng dây và lực ma sát nghỉ của mặt sàn đặt lên M.

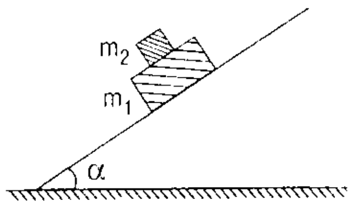
b) Hệ số ma sát k giữa M và sàn để M không trượt trên sàn.

ĐS : a) $a = \dfrac{m_1g\sin\alpha - m_2g}{m_1 + m_2}$; $T = \dfrac{m_1g(1 + \sin\alpha)}{m_1 + m_2}$;

$$F_{ms} = \frac{m_1g\cos\alpha(m_1\sin\alpha - m_2)}{m_1 + m_2}$$

b) $k \geq \dfrac{m_1\cos\alpha(m_1\sin\alpha - m_2)}{M(m_1 + m_2) + m_1^2\cos^2\alpha + 2m_1m_2(1 + \sin\alpha)}$

18.17*



Cho hệ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa m_1 và mặt nghiêng là k_1, giữa m_2 và m_1 là k_2.
Trong tất cả các trường hợp chuyển động có thể xảy ra giữa m_1 và m_2, hãy xác định điều kiện mà k_1 và k_2 phải thỏa.

ĐS : 1) **m_1, m_2** *đứng yên :* $k_1 \geq tg\alpha$; $k_2 \geq tg\alpha$

2) *m_1 đứng yên, m_2 chuyển động :* $k_2 \leq tg\alpha$;

$$k_1 \geq \frac{m_1tg\alpha + k_2m_2}{m_1 + m_2}$$

3) **m_1, m_2** *chuyển động với cùng gia tốc :*
$k_1 \leq tg\alpha$; $k_2 \geq k_1$

4) *m_1, m_2 cùng chuyển động, m_2 chuyển động nhanh hơn :*

$$k_1 \le \frac{m_1 tg\,\alpha + k_2 m_2}{m_1 + m_2},\ k_2 < k_1$$

5) *m_1, m_2 cùng chuyển động, m_1 chuyển động nhanh hơn : không xảy ra.*

§11. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT CÓ VẬN TỐC ĐẦU VÀ CHỊU TÁC DỤNG CỦA TRỌNG LỰC

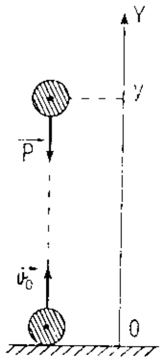
A. TÓM TẮT GIÁO KHOA :

I. Vật được ném đứng hướng lên :

1. *Tính chất của chuyển động :*

- *Đi lên* : $\vec{a}$, $\vec{v_0}$ ngược chiều : *chậm dần đều*
- *Đi xuống* : $\vec{a}$, $\vec{v}$ cùng chiều : *nhanh dần đều*

2. *Các phương trình chuyển động :*



– Gia tốc :

$$a = -g$$

– Vận tốc :

$$v = -gt + v_0$$

– Tọa độ :

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

– Hệ thức độc lập thời gian :

$$v^2 - v_0^2 = -2gy$$

– Vật ở vị trí cao nhất :

$$v = 0;\ t = \frac{v_0}{g};\quad y = \frac{v_0^2}{2g}$$

– Vật sắp chạm đất :

$$y = 0;\ v = -v_0;\quad t = \frac{2v_0}{g}$$

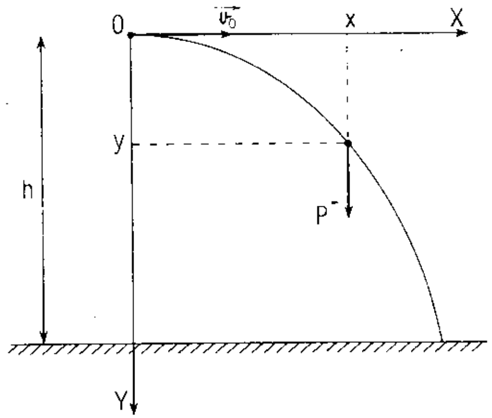
3. *Tính thuận nghịch của chuyển động :*

Vận tốc của vật ở vị trí có độ cao y :

$$v = \pm\sqrt{v_0^2 - 2gy}$$

Quá trình đi xuống, giống quá trình đi lên nhưng ngược chiều : *tính thuận nghịch.*

II. Vật được ném ngang :



1. *Các phương trình chuyển động :*

– Gia tốc :

$$a_x = 0;\ a_y = g$$

– Vận tốc :

$$v_x = v_0;\quad v_y = gt;\quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$$

$$tg(\vec{v}, \vec{Ox}) = tg\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}$$

– Tọa độ :

$$x = v_0 t; \quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

– Vật sắp chạm đất :

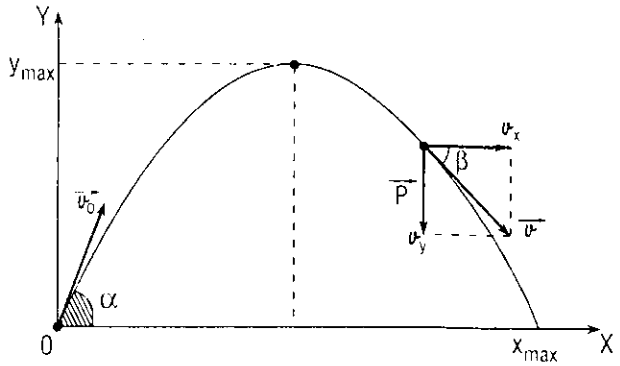
$$y = h; \; t = \sqrt{\frac{2h}{g}}; \; x = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

2. *Quỹ đạo* :

Parabol có phương trình :

$$y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$$

III. Vật được ném xiên :



1. *Các phương trình chuyển động* :

– Gia tốc :

$$a_x = 0; \quad a_y = -g$$

– Vận tốc :

$$v_x = v_0\cos\alpha; \quad v_y = -gt + v_0\sin\alpha$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(gt)^2 - 2gv_0\sin\alpha t + v_0^2}$$

$$\text{tg}(\vec{v}, \overrightarrow{Ox}) = \text{tg}\,\beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-gt + v_0\sin\alpha}{v_0\cos\alpha}$$

– Tọa độ :

$$x = v_0 . \cos\alpha t; \quad y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha t$$

– Vật ở vị trí cao nhất (độ cao cực đại) :

$$v_y = 0; \quad t = \frac{v_0 . \sin\alpha}{g}; \quad y_{max} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

– Vật sắp chạm đất :

$$y = 0; \; t = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}; \; x_{max} = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$$

2. *Quỹ đạo* :

Parabol có phương trình :

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 . \cos^2\alpha} . x^2 + \text{tg}\,\alpha . x$$

B. GIẢI TOÁN :

BÀI TOÁN 19

Nghiên cứu chuyển động của vật được ném đứng, ném ngang, ném xiên

■ **Phương pháp :**

- *Áp dụng các phương trình chuyển động đã thiết lập cho mỗi trường hợp.*
- *Có thể dùng đồ thị của chuyển động để lí luận.*
- *Bài toán gặp nhau được giải như trong phần Động học : kết hợp với phương pháp tọa độ nếu cần.*

Thí dụ 19.1

Một quả cầu được ném thẳng đứng từ mặt đất lên với vận tốc ban đầu 15m/s. Bỏ qua lực cản của không khí. Cho $g = 10m/s^2$.

a) Viết các phương trình gia tốc, vận tốc và tọa độ của quả cầu theo thời gian.

b) Xác định vị trí và vận tốc của quả cầu sau khi ném 2 s.

c) Quả cầu sẽ đạt độ cao tối đa là bao nhiêu khi chuyển động ?

d) Bao lâu sau khi ném, quả cầu rơi trở về mặt đất ?

e) Bao lâu sau khi ném, quả cầu ở cách mặt đất 8,8m ? Khi này, vận tốc quả cầu là bao nhiêu ?

GIẢI

Chọn gốc tọa độ O ở mặt đất, trục tọa độ Oy thẳng đứng hướng lên, gốc thời gian lúc vừa ném vật.

Gia tốc chuyển động : $\vec{g}$, thẳng đứng, hướng xuống.

a) Gia tốc : $a = -g = -10m/s^2$

Vận tốc : $v = -gt + v_0 = -10t + 15(m/s)$

Tọa độ : $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t = -5t^2 + 15t\ (m)$

b) Lúc t = 2 s : $v = -10(2) + 15 = -5m/s$

$y = -5(2)^2 + 15(2) = 10m$

Vật ở cách mặt đất 10 m, đang đi xuống với vận tốc 5 m/s.

c) Ta có hệ thức : $v^2 - v_0^2 = -2gy$

Khi quả cầu đạt độ cao tối đa : v = 0

$$y = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(15)^2}{2.10} = 11,25m$$

Độ cao tối đa là 11,25 (m).

d) Khi quả cầu rơi chạm đất : y = 0

Suy ra : $y = -5t^2 + 15t = 0$

Loại nghiệm t = 0, ta suy ra : t = *3s*

e) Khi y = 8,8m

ta có : $y = -5t^2 + 15t = 8,8$

Giải phương trình, ta được 2 nghiệm :

$t_1 = 0,8s$; $t_2 = 2,2s$

Lúc $t = t_1 = 0,8s$: $v_1 = -10t_1 + 15 = 7m/s$

Lúc $t = t_2 = 2,2s$: $v_2 = -10t_2 + 15 = -7m/s$

Hai nghiệm trên ứng với hai trường hợp quả cầu đang đi lên và đi xuống.

Thí dụ 19.2

Một quả cầu được ném thẳng đứng từ mặt đất lên với vận tốc ban đầu 20 m/s. Một giây sau đó, quả cầu thứ hai được thả rơi từ độ cao 35m. Bỏ qua lực cản của không khí. Cho $g = 10m/s^2$.

a) Hai quả cầu sẽ ở cùng độ cao lúc nào, tại đâu ?

b) Lúc đó, quả cầu I đang đi lên hay đi xuống, vận tốc bao nhiêu ?

GIẢI

Chọn gốc tọa độ O ở mặt đất, trục tọa độ Oy thẳng đứng hướng lên, gốc thời gian lúc vừa ném quả cầu I.

a) *Phương trình tọa độ :*

Quả cầu I : $y_1 = -\frac{1}{2}g(t - t_{01})^2 + v_{01}(t - t_{01}) + y_{01}$

Lúc quả cầu I bắt đầu chuyển động :

$$t_{01} = 0;\ v_{01} = 20m/s\ ;\ y_{01} = 0$$

Suy ra : $y_1 = -5t^2 + 20t$ (m)

Quả cầu II : $y_2 = -\frac{1}{2}g(t - t_{02})^2 + v_{02}(t - t_{02}) + y_{02}$

Lúc quả cầu II bắt đầu chuyển động :

$$t_{02} = 1s\ ;\ v_{02} = 0;\ y_{02} = 35m$$

Suy ra : $y_2 = -5(t-1)^2 + 35$

$= -5t^2 + 10t + 30$ (m)

Khi hai quả cầu ở cùng độ cao : $y_1 = y_2$

$$-5t^2 + 20t = -5t^2 + 10t + 30$$

$$t = \mathit{3s}$$

$$y_1 = y_2 = \mathit{15m}$$

Hai quả cầu sẽ ở cùng độ cao 15m sau khi quả cầu I chuyển động được 3s.

b) *Phương trình vận tốc của quả cầu I :*

$$v_1 = -g(t - t_{01}) + v_{01} = -10t + 20\ (m/s)$$

Lúc t = 3 s : $v_1 = -$ *10m/s.*

Lúc hai quả cầu ở cùng độ cao, quả cầu I đang đi xuống với vận tốc 10m/s.

Thí dụ 19.3

Từ độ cao 205m người ta thả rơi tự do một vật. Một giây sau, từ mặt đất (trên cùng đường thẳng) người ta ném thẳng lên một vật khác với vận tốc 30m/s.

a) Hai vật gặp nhau ở độ cao nào ?

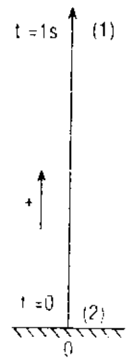
b) Lúc gặp nhau, vật (II) đang đi lên hay đi xuống, vận tốc bao nhiêu ? ($g = 10m/s^2$).

GIẢI

a) Độ cao gặp nhau :

Ta có các phương trình tọa độ :

$$\begin{cases} y_1 = -\frac{1}{2}g(t+1)^2 + 205\ \ (m) \\ y_2 = -\frac{1}{2}gt^2 + 30t\ \ (m) \end{cases}$$



Khi gặp nhau ta có :

$$y_2 = y_1$$

$$\Rightarrow\ \ 40t = 200$$

$$t = 5s$$

Thay vào phương trình ta có :

$$y_1 = y_2 = -5 \cdot 5^2 + 30 \cdot 5 = \mathit{25m}$$

b) Vận tốc của (II) lúc gặp nhau :

Phương trình vận tốc của vật (II) :

$v_2 = -gt + v_{02} = -10t + 30$

Với t = 5s ta có : $v_2 = -$ ***20m/s***

(II) đang rơi xuống với vận tốc 20m/s.

Thí dụ 19.4

Từ một khí cầu đang hạ thấp với vận tốc đều $v_0 = 2m/s$ người ta phóng một vật thẳng đứng hướng lên với vận tốc $v'_0 = 18m/s$ (so với mặt đất).

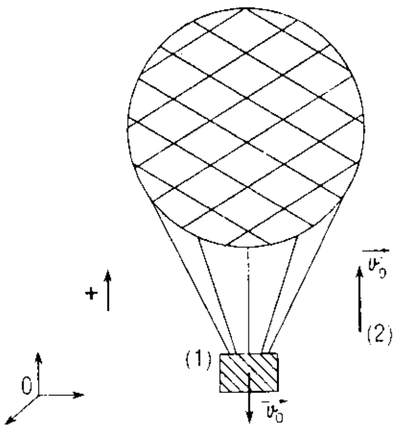
a) Tính khoảng cách giữa khí cầu và vật khi vật lên tới vị trí cao nhất.

b) Sau bao lâu vật rơi trở lại gặp khí cầu ?

(Lấy $g = 10m/s^2$)

GIẢI

a) *Khoảng cách.*



Xét chuyển động tương đối của (2) đối với (1). Ta có :

$$\begin{cases} \vec{a}_{21} = \vec{a}_{20} + \vec{a}_{01} = \vec{g} \\ (\vec{v}_{21})_0 = \vec{v'_0} + (-\vec{v}_0) \end{cases}$$

Khi lên tới vị trí cao nhất ta có :

$$v_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad v_{21} = -v_0$$

Khoảng cách (2) và (1) khi (2) lên cao nhất so với mặt đất được xác định bởi :

$$v_{21}^2 - (v_{21})_0^2 = 2a_{21}H$$

Do đó : $$H = \frac{v_0^2 - (v'_0 + v_0)^2}{-2g} = \frac{2^2 - 20^2}{-20} = 19{,}8m$$

b) *Thời gian trở lại khí cầu :*

Phương trình của chuyển động tương đối của (2) đối với (1) :

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_{21})_0 t = -5t^2 + 20t$$

Khi (2) trở lại khí cầu : $y = 0$

Suy ra : $t = 4s$

GHI CHÚ : Có thể giải bài toán trên đây bằng cách khảo sát các chuyển động của vật và khí cầu đối với mặt đất.

Thí dụ 19.5

Từ đỉnh một ngọn tháp cao 80m, một quả cầu được ném theo phương ngang với vận tốc đầu 20m/s.

a) Viết phương trình tọa độ của quả cầu. Xác định tọa độ của quả cầu sau khi ném 2s.

b) Viết phương trình quỹ đạo của quả cầu. Quỹ đạo này là đường gì ?

c) Quả cầu chạm đất ở vị trí nào ? Vận tốc quả cầu khi chạm đất là bao nhiêu ?

GIẢI

Chọn gốc tọa độ O ở đỉnh tháp, trục tọa độ Ox theo hướng $\vec{v}_0$, trục Oy thẳng đứng hướng xuống, gốc thời gian lúc vừa ném vật.

a) Phương trình tọa độ của quả cầu :

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20t \ (m) \\ y = 5t^2 \ (m) \end{cases}$$

Lúc $t = 2$ s : $$\begin{cases} x = 40m \\ y = 20m \end{cases}$$

b) *Phương trình quỹ đạo của quả cầu :*

$$y = \frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2}x^2$$

$$y = \frac{1}{80}x^2 \text{ (m) với } x \geq 0$$

Quỹ đạo này là một nhánh parabol, đỉnh O.

c) *Khi quả cầu chạm đất : y = 80m*

Ta có : $y = \frac{1}{80}x^2 = 80$

Suy ra : x = ***80m***

Quả cầu chạm đất tại nơi cách chân tháp 80 m.

Vận tốc quả cầu : $v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$

Lúc quả cầu chạm đất : $t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = 4s$

Suy ra : $v = \sqrt{20^2 + (10.4)^2} \approx$ ***44,7m/s***

Thí dụ 19.6

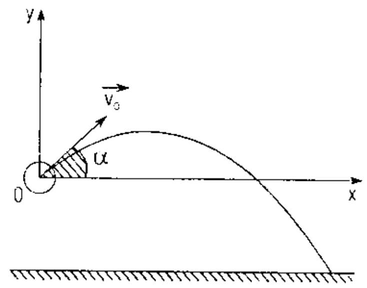
> Từ độ cao 7,5 m một quả cầu được ném lên xiên góc $\alpha = 45^o$ so với phương ngang với vận tốc đầu 10m/s.
>
> Viết phương trình quỹ đạo của quả cầu và cho biết quả cầu chạm đất ở vị trí nào.

GIẢI

Chọn gốc tọa độ O tại nơi ném vật, trục tọa độ Oxy như hình vẽ, gốc thời gian lúc vừa ném vật.

Phương trình quỹ đạo của quả cầu :

$$y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \text{tg}\,\alpha \,.\, x$$



Với $v_0 = 10m/s$; $\alpha = 45^o$;

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\text{tg}\,\alpha = 1$:

$$y = -\frac{1}{10}x^2 + x \text{ (m) với } x \geq 0$$

Khi vật chạm đất : $y = -\frac{1}{10}x^2 + x = -7{,}5$

Giải phương trình và loại nghiệm âm, ta suy ra x = ***15m.***

Quả cầu chạm đất tại nơi cách vị trí ban đầu theo phương ngang là 15m.

Thí dụ 19.7

> Một vật được ném xiên với vận tốc $\vec{v_0}$ nghiêng góc α với phương ngang, có $|\vec{v_0}|$ xác định.
>
> a) Hãy tính α để tầm xa lớn nhất.
>
> b) Chứng tỏ rằng tầm xa đạt được như nhau với góc nghiêng α và $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$.

GIẢI

a) Góc α để x_{max} lớn nhất.

Ta đã thiết lập trong bài trên : $x_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

Suy ra x_{max} lớn nhất khi :

$$\sin 2\alpha \text{ đạt max} \Leftrightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2}$$

Vậy : $\alpha = \frac{\pi}{4}$

b) Tầm xa như nhau với α và $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

Ta có biểu thức tầm xa ứng với mỗi góc nghiêng :

$$\begin{cases} (x_{max})_1 = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \\ (x_{max})_2 = \dfrac{v_0^2 \sin 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{g} \end{cases}$$

Vì . $\sin 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin(\pi - 2\alpha) = \sin 2\alpha$

Ta suy ra : $(x_{max})_1 = (x_{max})_2$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

• VẬT ĐƯỢC NÉM ĐỨNG

* Chuyển động của một vật được ném đứng.

19.8 Một vật được ném lên theo phương thẳng đứng từ mặt đất. Sau 4s vật lại rơi xuống mặt đất.

Cho $g = 10m/s^2$. Tính :

a) Vận tốc ban đầu của vật.

b) Độ cao tối đa mà vật lên tới.

c) Vận tốc của vật ở độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao tối đa.

ĐS : a) *20m/s*
b) *20m*
c) $\pm$ *10m/s*

19.9 Một người làm xiếc tung các quả bóng lên cao, quả nọ sau quả kia, quả sau rời tay người làm xiếc khi quả trước đạt điểm cao nhất. Cho biết mỗi giây có hai quả bóng được tung lên.

Hỏi các quả bóng được ném lên cao bao nhiêu ? (Lấy $g = 9,8m/s^2$)

ĐS : *1,23m*

19.10* Một vật được ném lên theo phương thẳng đứng từ độ cao H với vận tốc đầu v_0. Bỏ qua lực cản của không khí.

Xác định v_0 để vật chạm đất *chậm hơn* n giây so với khi nó được buông rơi tự do không vận tốc đầu từ độ cao H.

$$\text{ĐS : } v_0 = \frac{gn\left(\sqrt{\frac{2H}{g}} + \frac{n}{2}\right)}{\sqrt{\frac{2H}{g}} + n}$$

19.11* Từ mặt đất, quả cầu khối lượng m = 100g được ném lên thẳng đứng với vận tốc đầu v_0. Biết quả cầu đạt độ cao cực đại là 8m và thời gian từ lúc ném đến khi rơi trở lại mặt đất là 3s. Cho $g = 10m/s^2$.

Biết độ lớn lực cản của không khí là F không đổi. Tìm v_0 và F.

ĐS : *16m/s; 0,6N*

19.12* Một tên lửa được phóng theo phương thẳng đứng và chuyển động với gia tốc 2 g trong thời gian động cơ hoạt động là 50 s. Bỏ qua lực cản của không khí và sự thay đổi g theo độ cao.

a) Tính độ cao cực đại mà tên lửa đạt tới.

b) Tính thời gian từ lúc phóng đến lúc tên lửa trở lại mặt đất.

c) Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của vận tốc vào thời gian trong thời gian chuyển động.

ĐS : a) *75km*
b) *272,5s*

* Chuyển động của hai vật được ném đứng.

19.13 Một vật được ném lên thẳng đứng với vận tốc 4,9m/s. Cùng lúc đó tại điểm có độ cao bằng độ cao cực đại mà vật lên tới, người ta ném xuống thẳng đứng một vật khác cũng với vận tốc 4,9m/s. Sau bao lâu hai vật đụng nhau ? Lấy $g = 9,8m/s^2$.

ĐS : *0,125 s*

19.14 Hai vật được ném thẳng đứng lên cao từ cùng một điểm với cùng vận tốc đầu $v_0 = 25m/s$, vật nọ sau vật kia một khoảng thời gian t_0.

a) Cho $t_0 = 0,5s$. Hỏi hai vật gặp nhau sau khi ném vật thứ hai bao lâu và ở độ cao nào ?

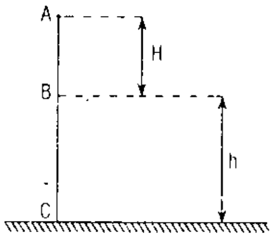
b) Tìm t_0 để câu hỏi trên có nghiệm.

ĐS : a) *2,25s; 30,9m*

b) $t_0 \leq 5s$

19.15 Một vật rơi tự do từ A ở độ cao (H + h). Vật thứ hai được phóng lên thẳng đứng với vận tốc v_0 từ mặt đất tại C.

a) Hai vật bắt đầu chuyển động cùng lúc. Tính v_0 để hai vật gặp nhau ở B có độ cao h. Độ cao tối đa mà vật thứ hai lên tới là bao nhiêu ? Xét trường hợp riêng khi H = h.



b) Vật thứ hai được phóng lên trước hoặc sau vật thứ nhất một khoảng thời gian t_0. Biết hai vật gặp nhau tại B và độ cao cực đại của vật thứ hai là h. Tính t_0 và v_0.

ĐS : a) $v_0 = \frac{H+h}{2H} . \sqrt{2gH}$; $h_{max} = \frac{(H+h)^2}{4H}$

b) $t_0 = t_1 - t_2 = \frac{\sqrt{2H} - \sqrt{2h}}{\sqrt{g}}$; $v_0 = \sqrt{2gh}$

19.16 Từ cùng một điểm trên mặt đất người ta phóng đi đồng thời hai vật A và B lên cao theo phương thẳng đứng với các vận tốc đầu khác nhau.

Lấy một trong hai vật làm hệ quy chiếu thì vật kia chuyển động ra sao ?

ĐS : *thẳng đều.*

19.17 Tại cùng một nơi 2 vật được phóng lên thẳng đứng với cùng vận tốc $v_0 = 10m/s$ nhưng cách nhau 2s. Tính :

a) Vận tốc của vật (II) so với vật (I). Nhận xét.

b) Khoảng cách giữa hai vật sau khi vật I phóng đi t giây.

ĐS : a) *20m/s*

b) *20 (t − 2)m*

19.18* Quả cầu A từ độ cao 300m được ném lên thẳng đứng với vận tốc ban đầu 20m/s. Sau đó 1s quả cầu B được ném lên thẳng đứng từ độ cao 250m với vận tốc đầu 25m/s. Bỏ qua lực cản không khí; $g = 10m/s^2$.

Hỏi trong quá trình chuyển động, khoảng cách lớn nhất giữa hai quả cầu là bao nhiêu, đạt được lúc nào?

ĐS : *70 m*

19.19* Có ba viên bi giống nhau được ném lên từ một điểm trên mặt đất theo phương thẳng đứng với cùng vận tốc đầu nhưng vào các thời điểm khác nhau.

Khi bi (I) lên tới điểm cao nhất thì bi (II) được ném đi. Khi bi (I) và bi (II) gặp nhau thì bi (III) được ném tiếp lên.

Hỏi từng viên bi rơi xuống đất lúc nào ?

(Cho biết khi các viên bi chạm nhau thì chúng trao đổi vận tốc cho nhau).

(Thi HS giỏi Lý 87-88)

ĐS : $t_1 = \frac{7}{4}t_0$; $t_2 = \frac{3}{2}t_0$; $t_3 = t_0$ $\left(t_0 = \frac{2v_0}{g}\right)$

19.20* Một quả bóng được buông rơi từ A ở độ cao h_0 xuống sàn ngang nhẵn. Khi bóng chạm sàn nó nảy lên với vận tốc bằng vận tốc lúc chạm nhưng ngược chiều (va chạm tuyệt đối đàn hồi). Khi quả bóng (I) chạm sàn thì quả bóng (II) được thả ra cũng từ A.

a) Hỏi sau bao lâu kể từ lúc thả quả bóng (II) và ở độ cao nào hai quả bóng gặp nhau ?

b) Nếu khi gặp nhau, hai quả bóng va chạm tuyệt đối đàn hồi thì sau đó chúng chuyển động ra sao ?

ĐS : $t = \sqrt{\dfrac{h_0}{2g}}$; $h = \dfrac{3h_0}{4}$

• VẬT ĐƯỢC NÉM NGANG

19.21 Một quả cầu được ném theo phương ngang từ độ cao 80m. Sau khi chuyển động 3s, vận tốc quả cầu hợp với phương ngang một góc 45°.

a) Tính vận tốc ban đầu của quả cầu.

b) Quả cầu sẽ chạm đất lúc nào, ở đâu, với vận tốc bao nhiêu ?

ĐS : a) *30m/s*

b) *4s; 120m; 50m/s*

19.22 Một máy bay bay ngang với vận tốc v_1 ở độ cao h muốn thả bom trúng một tàu chiến đang chuyển động đều với vận tốc v_2 trong cùng mặt phẳng thẳng đứng với máy bay. Hỏi máy bay phải cắt bom khi nó cách tàu chiến theo phương ngang một đoạn l là bao nhiêu ? Xét hai trường hợp :

a) Máy bay và tàu chuyển động cùng chiều.

b) Máy bay và tàu chuyển động ngược chiều.

ĐS : a) $l = (v_1 - v_2)\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

b) $l = (v_1 + v_2)\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

19.23 Từ cùng một điểm ở trên cao, hai vật được *đồng thời ném ngang* với các vận tốc đầu ngược chiều nhau. Gia tốc trọng lực là g. Sau khoảng thời gian nào kể từ lúc ném thì các vectơ vận tốc của hai vật trở thành *vuông góc* với nhau ?

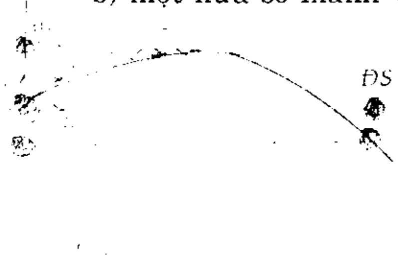
ĐS : $t = \dfrac{\sqrt{v_1 v_2}}{g}$

19.24* Một quả bom nổ ở độ cao H so với mặt đất. Giả sử các mảnh văng ra theo *mọi phương ly tâm, đối xứng nhau* với cùng độ lớn vận tốc v_0.

Tính các khoảng thời gian từ lúc nổ cho đến khi :

a) mảnh đầu tiên và mảnh cuối cùng chạm đất.

b) một nửa số mảnh văng ra chạm đất.



ĐS : a) $\dfrac{\sqrt{v_0^2 + 2gH} - v_0}{g}$; $\dfrac{\sqrt{v_0^2 + 2gH} + v_0}{g}$

b) $\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$

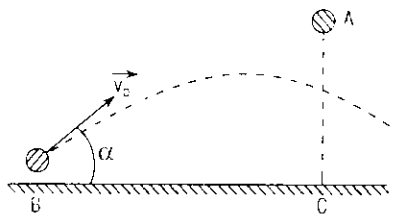
• VẬT ĐƯỢC NÉM XIÊN

19.25 Một quả cầu được ném lên, xiên góc α với phương ngang với vận tốc đầu 20m/s. Tìm độ cao, tầm xa, độ lớn và hướng vận tốc cuối của quả cầu khi góc α bằng :

a) 30° ; b) 45° ; c) 60°

HD. Áp dụng các công thức đã thiết lập trong bài học.

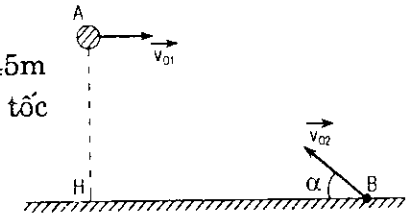
19.26 Từ A (độ cao AC = H = 3,6m) người ta thả một vật rơi tự do. Cùng lúc đó, từ B cách C đoạn BC = l = H người ta ném một vật khác với vận tốc đầu



$\vec{v}_0$ hợp góc α với phương ngang về phía vật thứ nhất.

Tính α và v_0 để hai vật có thể gặp được nhau khi chúng đang chuyển động.

$$ĐS: \alpha = 45^o \; ; \; v_0 \geq 6m/s$$



19.27* Từ A cách mặt đất khoảng AH = 45m người ta ném một vật với vận tốc v_{01} = 30m/s theo phương ngang.

Cho g = 10 m/s^2.

a) Trong hệ quy chiếu nào vật chuyển động với gia tốc g ? Trong hệ quy chiếu nào vật chuyển động thẳng đều ? Viết phương trình chuyển động của vật trong mỗi hệ quy chiếu.

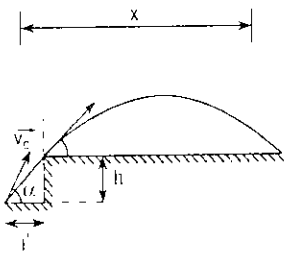
b) Cùng lúc ném vật từ A, tại B trên mặt đất (với BH = AH) người ta ném lên một vật khác với vận tốc $\vec{v}_{02}$. Định $\vec{v}_{02}$ để hai vật gặp được nhau.

$$ĐS: 45^o < \alpha < 135^o; \; v_{02} = \frac{v_{01}}{\sin\alpha - \cos\alpha}$$

19.28* Từ đỉnh dốc nghiêng góc β so với phương ngang, một vật được phóng đi với vận tốc v_0 hợp với phương ngang góc α. Hãy tính tầm xa của vật trên mặt dốc.

$$ĐS: s = \frac{2v_0^2\cos\alpha \, . \, \sin(\alpha+\beta)}{g\cos^2\beta}$$

19.29*



Người ta đặt một súng cối dưới một căn hầm có độ sâu h. Hỏi phải đặt súng cách vách hầm một khoảng l bao nhiêu so với phương ngang để tầm xa x của đạn trên mặt đất là lớn nhất ? Tính tầm xa này. Biết vận tốc đầu của đạn khi rời súng là v_0.

$$ĐS: \cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}} \; ;$$

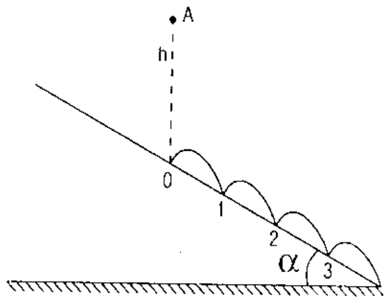
$$l = \frac{v_0^2}{g}\left(\sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{gh}{v_0^2}\right)^2} - \frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2}\right)$$

19.30* Một bờ hồ nước có vách dựng đứng ở độ cao h so với mặt nước. Một người đứng trên bờ ném xiên một hòn đá với vận tốc đầu có độ lớn v_0. Bỏ qua lực cản của không khí.

Tính góc tạo bởi $\vec{v}_0$ và phương ngang để hòn đá rơi xuống mặt hồ xa bờ nhất.

$$ĐS: tg\,\alpha = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$

19.31*

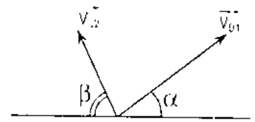


Một vật được buông rơi tự do xuống mặt phẳng nghiêng góc α (so với phương ngang). Vật đụng mặt phẳng nghiêng và nẩy lên. Giả sử va chạm là tuyệt đối đàn hồi. Vật đụng mặt phẳng nghiêng liên tiếp ở các điểm 0, 1, 2,...

Tìm tỉ lệ của khoảng cách giữa 2 điểm đụng liên tiếp.

$$ĐS: l_1 : l_2 : l_3 ... = 1 : 2 : 3 : ...$$

19.32* Hai vật được phóng đi đồng thời từ cùng một điểm trên mặt đất. Vận tốc đầu của chúng có cùng độ lớn v_0 nhưng hợp với phương ngang các góc α , β như hình vẽ.



a) Tìm vận tốc tương đối của vật II so với vật I.

b) Tìm khoảng cách giữa 2 vật sau khi phóng đi T giây.

ĐS : a) $v_{21} = 2v_0 cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$

b) $d = 2v_0 cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) . T$

§12. CHUYỂN ĐỘNG TRÒN VÀ LỰC HƯỚNG TÂM

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA :

I. Lực trong chuyển động tròn

– *Vật chuyển động tròn đều* :

Hợp lực hướng vào tâm quỹ đạo :

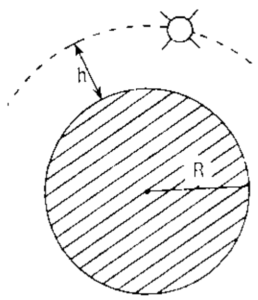
$$F_{ht} = m\frac{v^2}{R}$$

– *Vật chuyển động tròn không đều* :

Thành phần của hợp lực trên trục hướng tâm đóng vai trò *lực hướng tâm*.

– *Để tìm lực hướng tâm*, chiếu phương trình $\vec{F} = m\vec{a}$ lên trục hướng tâm.

II. Các áp dụng :



1. *Vệ tinh nhân tạo của Trái Đất* :

– Vận tốc của vệ tinh :

$$v = \sqrt{G\frac{M}{R+h}}$$

– Với h << R ta có :

$$v \approx \sqrt{gR} \approx 8km/s$$

(*Vận tốc vũ trụ cấp I*)

2. *Chuyển động của các hành tinh* :

Hệ thức liên lạc giữa *chu kì quay* (năm) T và *bán kính quỹ đạo* r của hành tinh quanh Mặt Trời :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = const$$

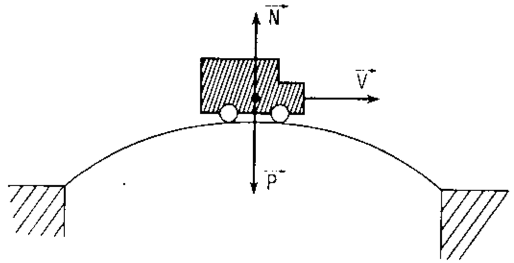
3. *Chuyển động của xe trên đường vòng* :

Phải có *lực hướng tâm* $F = m\frac{v^2}{R}$ tác dụng vào xe.

Lực hướng tâm này là :

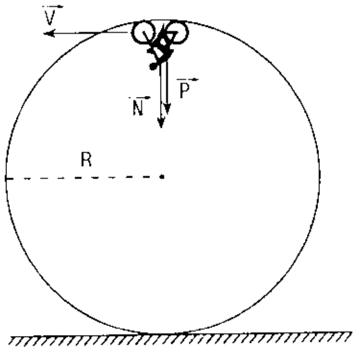
- lực *ma sát nghỉ* của mặt đường (ô tô).
- lực *đàn hồi* của thành đường ray (xe lửa).

4. *Chuyển động trên cầu cong* :



Lực nén của xe lên cầu :

$$N' = N = mg - m\frac{v^2}{R}$$



5. *Chuyển động trên "vòng xiếc":*

Muốn xe qua hết vòng xiếc phải có điều kiện :

$$v \geq \sqrt{gR}$$

B. GIẢI TOÁN

BÀI TOÁN 20

Nghiên cứu chuyển động tròn dưới tác dụng của các lực cơ học

■ **Phương pháp :**

– *Xác định các lực tác dụng lên vật chuyển động tròn.*

– *Viết phương trình định luật II Newton.*

– *Chiếu phương trình lên trục hướng tâm :*

$$F_{ht} = ma_{ht}$$

Gia tốc hướng tâm :
$$a_{ht} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$
$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}$$

– *Trong một số bài toán, ta có thể chiếu phương trình định luật II Newton lên các trục vuông góc với trục hướng tâm để lập thêm các phương trình cần thiết khi giải toán.*

– *Điều kiện để vật không rời giá đỡ : lực đàn hồi của giá đỡ tác dụng lên vật.*

$$N \neq 0$$

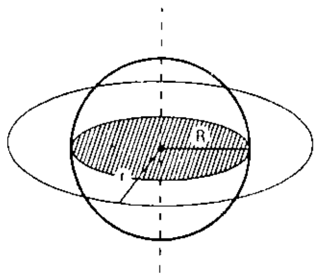
– *Điều kiện để vật không trượt khi chuyển động : ma sát là ma sát nghỉ.*

$$F_{ms} < kN$$

Thí dụ 20.1

Vệ tinh nhân tạo địa tĩnh đứng yên đối với mặt đất. Hãy xác định vị trí của *mặt phẳng quỹ đạo, độ cao* và *vận tốc* của vệ tinh.

GIẢI



– Mỗi điểm trên mặt đất chuyển động tròn đều quanh trục của Trái Đất. Vệ tinh nhân tạo đứng yên đối với mặt đất phải quay trong một mặt phẳng *song song* với quỹ đạo các điểm trên mặt đất và có cùng *vận tốc góc* với chúng.

– Đồng thời, lực hướng tâm gây nên chuyển động tròn của vệ tinh chính là *lực hấp dẫn* của Trái Đất. Lực này hướng vào tâm Trái Đất. Tâm của quỹ đạo vệ tinh chính là tâm Trái Đất.

Từ hai nhận xét trên, ta suy ra mặt phẳng quỹ đạo của vệ tinh chính là *mặt phẳng xích đạo.*

Lực tác dụng lên vệ tinh, theo định luật II Newton :

$$F = m \, . \, a$$

$$\frac{GMm}{r^2} = m \, . \, \frac{v^2}{r}$$

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r}$$

Suy ra : $r = \sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2} \cdot T^2}$

trong đó : M là khối lượng Trái Đất.

T là chu kì quay của vệ tinh, bằng 24 h

$$\Rightarrow \quad r = \sqrt[3]{\frac{6{,}68 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4\pi^2} \cdot (24 \cdot 3600)^2}$$

$$r \approx 42400\text{km}$$

* Độ cao của vệ tinh :

$$h = r - R = \approx \mathit{36000km}$$

* Vận tốc của vệ tinh :

$$v = \frac{2\pi r}{T} \approx \frac{2\pi \cdot 42400}{24 \cdot 3600} \approx \mathit{3{,}1km/s}$$

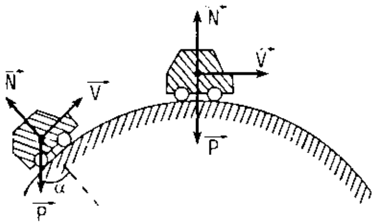
Thí dụ 20.2

Xe khối lượng 1 tấn đi qua cầu vồng. Cầu có bán kính cong là 50m. Giả sử xe chuyển động đều với vận tốc 10m/s. Tính lực nén của xe lên cầu :

a) tại đỉnh cầu.

b) tại nơi bán kính cong hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha = 20^\circ$ ($\cos 20^\circ \approx 0{,}94$).

Cho $g = 9{,}8\text{m/s}^2$.



GIẢI

Ta chỉ xét trên trục hướng tâm.

a) *Khi xe ở đỉnh cầu*

Theo định luật II Newton :

$$P - N = m\frac{v^2}{r}$$

Lực đàn hồi của mặt cầu :

$$N = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right)$$

Lực nén của xe lên cầu : $N' = N = \mathit{7800N}$

b) *Khi xe ở vị trí* $\alpha = 20^\circ$

Theo định luật II Newton :

$$P\cos\alpha - N = m\frac{v^2}{r}$$

Suy ra :

$$N' = N = m\left(g\cos\alpha - \frac{v^2}{r}\right) \approx \mathit{7200N}$$

Thí dụ 20.3

Một chiếc xe chuyển động tròn đều trên một đường tròn bán kính R = 200m. Hệ số ma sát trượt giữa xe và mặt đường là k = 0,2.

Hỏi xe có thể đạt vận tốc tối đa nào mà không bị trượt ?

Coi ma sát lăn là rất nhỏ. Cho $g = 10\ \text{m/s}^2$.

GIẢI

Lực tác dụng lên xe chuyển động tròn đều : *trọng lực* $\vec{P}$, *lực đàn hồi* $\vec{N}$ và *lực ma sát nghỉ* $\vec{F}_{ms}$ của mặt đường; $\vec{F}_{ms}$ đóng vai trò lực hướng tâm.

Theo định luật II Newton :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$$

Chiếu phương trình lên trục thẳng đứng :

$$-P + N = 0$$

Chiếu phương trình lên trục hướng tâm :

$$F_{ms} = m\frac{v^2}{R}$$

Vì $F_{ms} \leq kN = kmg$, ta suy ra :

$$v^2 \leq kgR$$

$$v_{max} = \sqrt{kgR}$$

$$= 20m/s$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP :

• CHUYỂN ĐỘNG TRÒN DO LỰC HẤP DẪN

20.4 Khoảng cách từ Sao Hỏa đến Mặt Trời lớn gấp 1,5 lần khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời.

Hỏi một năm trên Sao Hỏa dài bao nhiêu so với một năm trên Trái Đất ?

ĐS : *1,8*

20.5 Mặt Trăng trong một năm quay 13 vòng quanh Trái Đất và khoảng cách Trái Đất - Mặt Trời gấp 390 lần khoảng cách Trái Đất - Mặt Trăng.

Tính tỉ số khối lượng giữa Mặt Trời và Trái Đất.

ĐS : $3,5 . 10^5$

20.6 Trái Đất và Mặt Trăng tương tác nhau và chuyển động tròn đều quanh một tâm chung với các bán kính lần lượt là R = 4700km và r = 380000 km, khối lượng lần lượt là M và m.

Hỏi M gấp bao nhiêu m ? Cho M = $6 . 10^{24}$kg, tính m.

ĐS : *81 ; $7,4.10^{22}$kg*

• CHUYỂN ĐỘNG TRÒN DO LỰC ĐÀN HỒI

* Chuyển động trên đường vòng

20.7 Người đi xe đạp (khối lượng tổng cộng 60kg) trên vòng xiếc bán kính 6,4m phải đi qua điểm cao nhất với vận tốc tối thiểu bao nhiêu để không rơi ?

Xác định lực nén lên vòng khi xe qua điểm cao nhất với vận tốc 10m/s.

ĐS : *8m/s ; 337,5N*

20.8 Một máy bay thực hiện một vòng nhào lộn bán kính 400m trong mặt phẳng thẳng đứng với vận tốc 540km/h.

a) Tìm lực do người lái có khối lượng 60kg nén lên ghế ngồi ở điểm cao nhất và thấp nhất của vòng nhào.

b) Muốn người lái không nén lên ghế ngồi ở điểm cao nhất của vòng nhào, vận tốc máy bay phải là bao nhiêu ?

ĐS : a) *2775N, 3975N*
b) *63m/s*

20.9 Đoàn tàu chạy qua đường vòng bán kính 560m. Đường sắt rộng 1,4m và đường ray ngoài cao hơn đường ray trong 10cm.

Tàu phải chạy với vận tốc bao nhiêu để gờ bánh không nén lên thành ray ? Biết với α nhỏ, tg $\alpha \approx \sin\alpha$.

ĐS : *72km/h*

* Chuyển động do lực căng của dây

20.10 Quả cầu m = 50g treo ở đầu A của dây OA dài l = 90cm. Quay cho quả cầu chuyển động tròn trong mặt phẳng thẳng đứng quanh tâm O.
Tìm lực căng của dây khi A ở vị trí thấp hơn O, OA hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha = 60^o$ và vận tốc quả cầu là 3m/s.

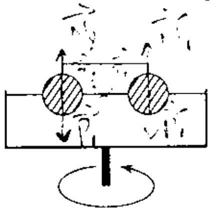
ĐS : *0,75N*

20.11 Vật khối lượng m = 0,1kg quay trong mặt phẳng thẳng đứng nhờ một dây treo có chiều dài l = 1m, trục quay cách sàn H = 2m. Khi vật qua vị trí thấp nhất, dây treo đứt và vật rơi xuống sàn ở vị trí cách điểm đứt L = 4m theo phương ngang.

Tìm lực căng của dây ngay khi dây sắp đứt.

ĐS : 9N.

20.12 Hai quả cầu $m_1 = 2m_2$ nối với nhau bằng dây dài l = 12cm và có thể chuyển động không ma sát trên một trục nằm ngang qua tâm hai quả cầu. Cho hệ quay đều quanh trục thẳng đứng. Biết hai quả cầu đứng yên không trượt trên trục ngang.



Tìm khoảng cách từ hai quả cầu đến trục quay.

ĐS : l_1 = 4cm, l_2 = 8cm

20.13* Một người dùng dây OA = 1,2m buộc vào một hòn đá tại A và quay tròn trong mặt phẳng thẳng đứng quanh tâm O. Khi dây bị đứt, hòn đá bay thẳng đứng lên trên và tại lúc sắp đứt gia tốc toàn phần của hòn đá nghiêng góc $\alpha = 45^o$ với phương thẳng đứng.

Hỏi hòn đá lên được độ cao lớn nhất bằng bao nhiêu kể từ vị trí dây bị đứt ?

ĐS : 0,6m

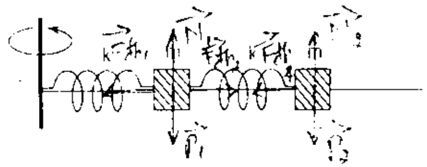
• Chuyển động do lực đàn hồi của lò xo

20.14 Lò xo k = 50N/m, l_0 = 36cm treo vật m = 0,2kg có đầu trên cố định. Quay lò xo quanh một trục thẳng đứng qua đầu trên lò xo,m vạch một đường tròn nằm ngang hợp với trục lò xo góc 45^o.

Tính chiều dài lò xo và số vòng quay trong 1 phút.

ĐS : 41,6cm; 55,8 vòng/phút

20.15 Hai lò xo giống nhau k = 250N/m, l_0 = 36cm bố trí như hình vẽ. Hai vật m kích thước nhỏ có thể trượt không ma sát trên một trục ngang. Quay hệ quanh trục thẳng đứng với tần số n = 2 vòng/s. Cho m = 200g.



Tính chiều dài mỗi lò xo.

ĐS : 57cm; 50cm

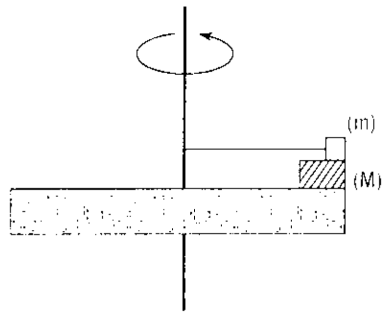
• CHUYỂN ĐỘNG TRÒN VỚI LỰC MA SÁT

20.16 Đĩa nằm ngang quay quanh trục thẳng đứng với tần số n = 30 vòng/phút. Vật đặt trên đĩa cách trục 20cm.

Hệ số ma sát giữa đĩa và vật là bao nhiêu để vật không trượt trên đĩa ?

ĐS : k ≥ 0,2

20.17 Đĩa tròn nhẵn có thể xoay quanh trục thẳng đứng vuông góc với mặt đĩa. Vật M đặt trên đĩa, cách trục khoảng R. Vật m đặt trên M, nối với trục bằng một thanh nhẹ. Vận tốc quay của đĩa tăng chậm. Hệ số ma sát giữa M và m là k.



Tính vận tốc góc ω của đĩa để M *bắt đầu trượt* khỏi m.

ĐS : $\omega = \sqrt{\dfrac{kmg}{MR}}$

20.18 Một đĩa tròn nằm ngang có thể quay quanh một trục thẳng đứng. Vật m = 100g đặt trên đĩa, nối với trục quay bởi một lò

xo nằm ngang. Nếu số vòng quay không quá $n_1 = 2$ vòng/s, lò xo không biến dạng. Nếu số vòng quay tăng chậm đến $n_2 = 5$ vòng/s lò xo dãn dài gấp đôi.

Tính độ cứng k của lò xo.

ĐS : $k = 4\pi^2 m(2n_2^2 - n_1^2) \approx 182 N/m$

20.19 Tìm vận tốc nhỏ nhất của một người đi mô tô chuyển động tròn đều theo một đường tròn nằm ngang ở mặt trong một hình trụ thẳng đứng bán kính 3m, hệ số ma sát trượt k = 0,3.

ĐS : *36km/h*

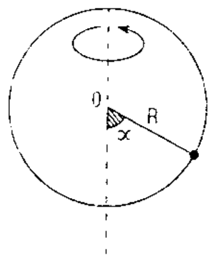
20.20 Vận tốc tối đa của người đi xe đạp trên một đường vòng có mặt đường nghiêng về phía tâm một góc α gấp mấy lần vận tốc tối đa của xe đi trên đường vòng đó nhưng mặt đường nằm ngang ? Coi các bánh xe đều là bánh phát động.

ĐS : $\dfrac{v_2}{v_1} = \sqrt{\dfrac{\sin\alpha + k\cos\alpha}{k(\cos\alpha - k\sin\alpha)}}$

20.21* Ôtô chuyển động nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ trên một đoạn đường nằm ngang là một cung tròn bán kính 100m, góc ở tâm $\alpha = 30^o$. Ôtô có thể đạt vận tốc tối đa nào ở cuối đoạn đường mà không bị trượt ?

Biết hệ số ma sát trượt k = 0,3. Bỏ qua các ma sát cản chuyển động và coi các bánh xe đều là bánh phát động.

ĐS : $v \le \sqrt{\dfrac{kgR}{\sqrt{1 + (1/2\alpha)^2}}} \approx 14{,}6 m/s$

20.22* 

Một vòng dây cứng tâm O bán kính R được đặt thẳng đứng và quay quanh một trục thẳng đứng qua tâm O. Một hạt cườm nhỏ khối lượng m bị xuyên qua bởi vòng dây và có thể trượt dọc theo vòng dây. Hệ số ma sát giữa hạt cườm và vòng dây là k. Ban đầu hạt cườm ở vị trí góc α như hình vẽ. Định ω để hạt cườm không trượt theo vòng dây.

ĐS :

– Khi $k < \cot g\,\alpha$:

$k < tg\,\alpha$:

$$\frac{g(tg\,\alpha - k)}{R tg\,\alpha . \sin\alpha\,(\cot g\,\alpha + k)} \le \omega^2 \le \frac{g(tg\,\alpha + k)}{R tg\,\alpha . \sin\alpha(\cot g\,\alpha - k)}$$

. $k > tg\alpha$:

$$\omega^2 \le \frac{g(tg\,\alpha + k)}{R tg\,\alpha . \sin\alpha(\cot g\,\alpha - k)}$$

– Khi $k > \cot g\,\alpha$:

. $k < tg\alpha$: $\dfrac{g(tg\,\alpha - k)}{R tg\,\alpha . \sin\alpha(\cot g\,\alpha + k)} \le \omega^2$

. $k > tg\alpha$: *ω bất kì.*

§ 13. CHUYỂN ĐỘNG TRONG HỆ QUY CHIẾU KHÔNG QUÁN TÍNH

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA :

I. Chuyển động trong hệ quy chiếu không quán tính

– Phương trình của định luật II Newton trong hệ quy chiếu *không quán tính* :

$$\vec{F} + \vec{F}_q = m\vec{a}$$

$\vec{F}$: tổng các *lực tương tác*

$\vec{F}_q$: *lực quán tính*

– Lực quán tính có biểu thức :

$$\vec{F}_q = -m\vec{a}_{qc}$$

$$\begin{cases} m : \text{khối lượng của vật khảo sát} \\ \vec{a}_{qc} : \text{gia tốc của hệ quy chiếu chuyển động đối với một hệ quy chiếu quán tính} \end{cases}$$

Đặc biệt trong hệ quy chiếu không quán tính quay đều, lực quán tính là *lực li tâm* có độ lớn :

$$\boxed{F_q = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R}$$

II. Áp dụng : trọng lượng của vật

Trọng lượng là hợp lực của *lực hấp dẫn do Trái Đất* và *lực quán tính* tác dụng lên vật.

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{g} + \vec{F}_q}$$

B. GIẢI TOÁN

BÀI TOÁN 21

Nghiên cứu chuyển động trong hệ quy chiếu không quán tính

■ Phương pháp :

– *Nếu hệ quy chiếu sử dụng chuyển động có gia tốc $\vec{a}_{qc}$ đối với hệ quy chiếu quán tính (thường là mặt đất), áp dụng phương pháp động lực học để giải bài toán nhưng ngoài các lực tương tác, phải kể thêm lực quán tính $\vec{F}_q = -m\vec{a}_{qc}$ khi xác định tổng lực.*

– *Áp dụng công thức tính trọng lượng :*

$$\vec{P} = m\vec{g} + \vec{F}_q$$

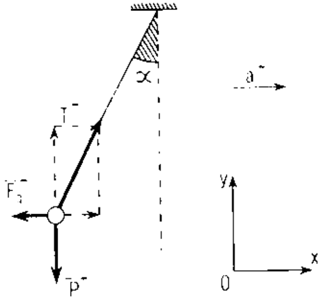
Trọng lượng vật có độ lớn bằng lực đàn hồi của giá đỡ, dây treo vật.

Thí dụ 21.1

Treo một con lắc trong một toa xe lửa. Biết xe chuyển động ngang với gia tốc a và dây treo con lắc nghiêng góc $\alpha = 15^o$ với phương thẳng đứng.

Tính a.

GIẢI



Xét hệ quy chiếu gắn với toa xe.

Lực tác dụng lên con lắc : *trọng lực* $\vec{P}$, *lực căng* của dây $\vec{T}$, *lực quán tính* $\vec{F}_q$ (độ lớn $F_q = ma$).

Con lắc đứng yên :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_q = \vec{0} \qquad (1)$$

Chiếu (1) lên Ox : $T\sin\alpha - F_q = 0$

Chiếu (1) lên Oy : $T\cos\alpha - P = 0$

Suy ra : $T\sin\alpha = ma$

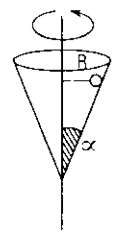
$T\cos\alpha = mg$

$\Rightarrow \quad \dfrac{a}{g} = \text{tg}\,\alpha$

Vậy : $a = g\text{tg}\,\alpha \approx 2{,}6 m/s^2$

Thí dụ 21.2

Một chiếc phễu có mặt phễu nghiêng góc α với phương thẳng đứng, quay quanh trục (như hình vẽ) với vận tốc góc ω. Một viên bi nhỏ đặt trong mặt phễu quay cùng với phễu. Khi chuyển động đã ổn định, bi quay cùng vận tốc góc với phễu và ở vị trí cách trục phễu một đoạn R.



Coi ma sát là nhỏ, hãy tính R.

GIẢI

Chọn hệ quy chiếu gắn với phễu. Viên bi đứng yên so với phễu.

Lực tác dụng lên bi : *trọng lực* $\vec{P}$, *lực đàn hồi* $\vec{N}$ của phễu, *lực quán tính* li tâm $\vec{F}_q$.

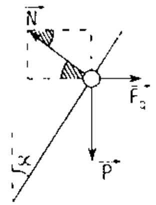
Ta có : $$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_q = \vec{0} \qquad (1)$$

Chiếu (1) lên trục hướng tâm : $N\cos\alpha - F_q = 0$

Chiếu (1) lên trục thẳng đứng : $N\sin\alpha - P = 0$

Suy ra : $N\cos\alpha = m\omega^2 R$

$N\sin\alpha = mg$



$$\Rightarrow \quad \frac{\omega^2 R}{g} = \text{cotg}\,\alpha$$

Vậy : $$R = \frac{g\,\text{cotg}\alpha}{\omega^2}$$

Thí dụ 21.3

> Một máy bay bay dọc theo một kinh tuyến địa lí. Tìm vận tốc máy bay để trọng lượng người giảm bớt $\frac{1}{64}$ lần so với khi máy bay chưa cất cánh. Bỏ qua độ cao của máy bay khi bay. Cho $g = 10m/s^2$.

GIẢI

Ta xét hệ quy chiếu gắn với máy bay (và người).

Lực tác dụng lên người : *trọng lực* $\vec{P}$ hướng xuống, *lực đàn hồi* của sàn $\vec{N}$ hướng lên, *lực quán tính* li tâm $\vec{F}_q$ hướng lên.

Trọng lượng của người : $\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_q$

Chiếu phương trình lên trục hướng tâm :

$$F = mg - m\frac{v^2}{R}$$

Theo đề : $$F = \frac{1}{64}mg$$

Suy ra : $$m\frac{v^2}{R} = \frac{1}{64}mg$$

$$v = \sqrt{\frac{gR}{64}} = \sqrt{\frac{10 \,.\, 6400000}{64}}$$

$$v = 1000m/s = \mathit{1km/s}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

• TÍNH TRỌNG LƯỢNG CỦA MỘT VẬT CHUYỂN ĐỘNG CÓ GIA TỐC

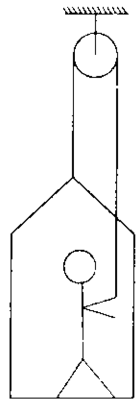
21.4 Một người nằm trong một căn phòng hình trụ, trong không gian, cách xa các thiên thể. Tính số vòng quay của phòng quanh trục trong một phút để phòng tạo cho người một trọng lượng bằng với trọng lượng của người trên mặt đất. Biết bán kính của phòng R = 1,44m.

ĐS : 25 vòng/phút

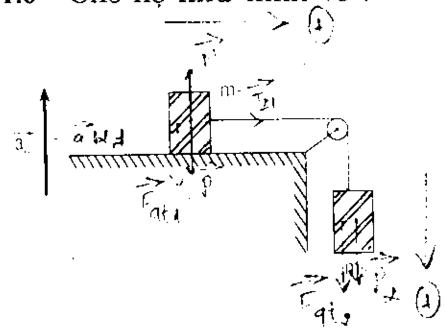
21.5 Cho hệ như hình vẽ, khối lượng của người 72kg, của ghế treo 12kg. Khi người kéo dây chuyển động đi lên, lực nén của người lên ghế là 400N.

Tính gia tốc chuyển động của ghế và người.

ĐS : 3,3m/s²



21.6 Cho hệ như hình vẽ :

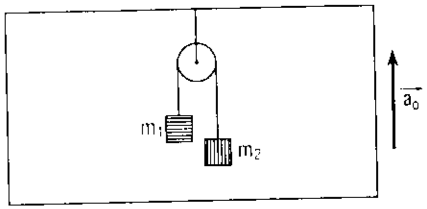


$m_1 = 0,3kg$; $m_2 = 1,2kg$, dây và ròn
rọc nhẹ. Bỏ qua ma sát. $g = 10m/s^2$
Bàn đi lên nhanh dần đều với gi
tốc $a_0 = 5m/s^2$.

Tính gia tốc của m_1 và m_2 đối vó
đất.

ĐS : $13m/s^2$; $7m/s^2$

21.7 Cho hệ như hình vẽ, thang máy đi lên với gia tốc $\vec{a_0}$ hướng lên.



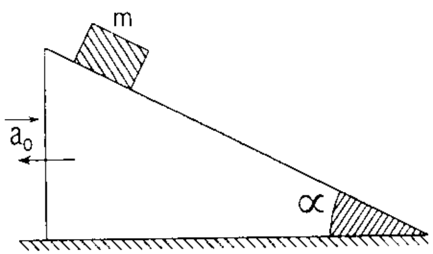
Tính gia tốc của m_1, m_2 đối với đất và lực căng của dây treo ròng rọc.

ĐS : $$a'_1 = \frac{2m_2a_0 + (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$$

$$a'_2 = \frac{2m_1a_0 - (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$$

$$T = \frac{2m_1m_2(g + a_0)}{m_1 + m_2}$$

21.8



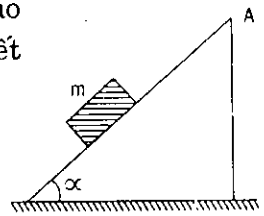
Vật khối lượng m đứng yê
ở đỉnh một cái nêm nhờ m
sát.

Tìm thời gian vật trượt h
nêm khi nêm chuyển độr
nhanh dần sang trái với g
tốc a_0. Hệ số ma sát giữ

mặt nêm và m là k, chiều dài mặt nêm là l, góc nghiêng là α và $a_0 < g\cot g\,\alpha$

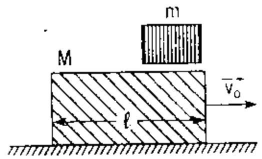
$$ĐS : t = \sqrt{\frac{2l}{g(\sin\alpha - k\cos\alpha) + a_0(\cos\alpha + k\sin\alpha)}}$$

21.9 Nêm A phải chuyển động ngang với gia tốc bao nhiêu để m trên A chuyển động lên trên ? Biết hệ số ma sát giữa m và A là $k < \cot g\,\alpha$



$$ĐS : a \geq \frac{(\sin\alpha + k\cos\alpha)g}{\cos\alpha - k\sin\alpha}$$

21.10



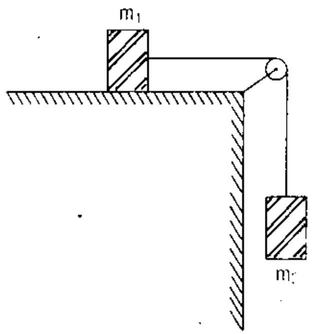
Cho hệ như hình vẽ, mặt sàn nhẵn, hệ số ma sát giữa m và M là k.
Hỏi phải truyền cho M một vận tốc ban đầu v_0 bao nhiêu để m có thể rời khỏi M ?

$$ĐS : v_0 > \sqrt{2kgl\left(1 + \frac{m}{M}\right)}$$

21.11* Trong một toa tàu khối lượng M = 2000kg đứng yên có một hòn bi nằm yên trên mặt bàn nằm ngang gắn với toa tàu và cao hơn sàn toa 1,25m. Toa tàu bắt đầu chạy thì hòn bi lăn không ma sát trên mặt bàn được 50cm rồi rơi xuống sàn toa cách mép bàn theo phương ngang 78cm.
Tính lực kéo toa tàu. Bỏ qua ma sát cản chuyển động của tàu.

ĐS : 2880N

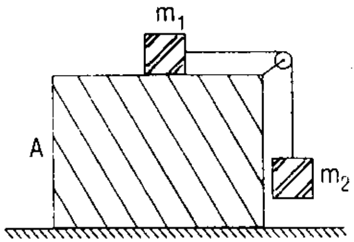
21.12* Cho hệ như hình vẽ, hệ số ma sát giữa m_1 và mặt bàn là k và hai vật chuyển động đều.



Tìm gia tốc của m_1 đối với đất khi bàn chuyển động với gia tốc $\vec{a}_0$ hướng sang trái.

$$ĐS: a = \frac{k(\sqrt{g^2 + a_0^2} - g - a_0)}{k+1}$$

21.13*



Cho hệ như hình vẽ. Biết $m_1 = m_2$, hệ số ma sát giữa A với m_1, m_2 là $k < 1$.

Hỏi A phải di chuyển theo phương ngang, hướng nào, gia tốc a_0 tối thiểu, tối đa là bao nhiêu để m_1 và m_2 không chuyển động đối với A ?

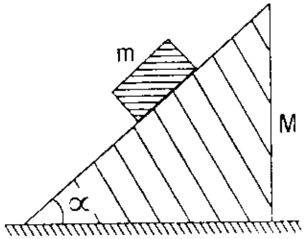
$$ĐS: \frac{(1-k)g}{1+k} \le a_0 \le \frac{(1+k)g}{1-k}$$

21.14*Cho hệ như hình vẽ. Tìm gia tốc của m đối với M và của M đối với đất.

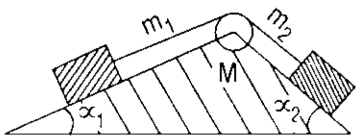
a) bỏ qua ma sát.

b) hệ số ma sát giữa m và M là k, sàn nhẵn.

c) hệ số ma sát giữa M và sàn là k, m trượt không ma sát trên M.



21.15*Cho hệ như hình vẽ, M trượt trên mặt sàn, m_1 và m_2 trượt trên M. Bỏ qua ma sát. Tìm gia tốc của M đối với sàn, gia tốc của m_1, m_2 đối với M.



HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP LUYỆN TẬP PHẦN ĐỘNG LỰC HỌC

15.4 $a_1 = \frac{F}{m_1}$; $a_2 = \frac{F}{m_2}$; $a = \frac{F}{m_1 + m_2}$. Rút khối lượng từ mỗi phương trình ta suy ra :

$$\frac{F}{a} = \frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} = 1{,}5 m/s^2$$

15.5 Áp dụng định luật II Newton để tính gia tốc của mỗi chuyển động :

$$a_1 = \frac{F}{m}; \qquad a_2 = \frac{F}{m + m_h}$$

Các thời gian chuyển động được cho bởi :

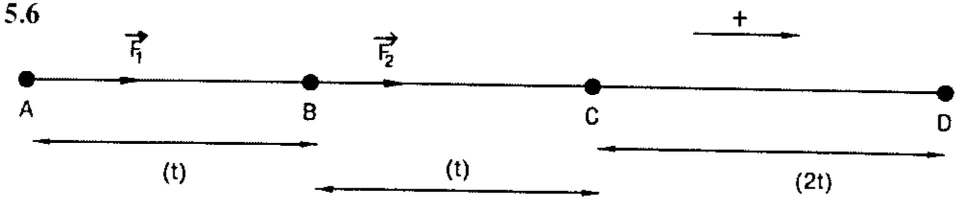
$$t_1^2 = \frac{2s}{a_1}; \qquad t_2^2 = \frac{2s}{a_2}$$

Suy ra :

$$\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 = \frac{a_1}{a_2} = \frac{m + m_h}{m} = 1 + \frac{m_h}{m}$$

$$\frac{m_h}{m} = 3 \Rightarrow m_h = 3m = 3 \cdot 50 = 150kg$$

15.6



a) Ta có : $a_1 = \frac{10}{t}$; $a_2 = \frac{15-10}{t} = \frac{5}{t}$

Do đó : $\frac{F_2}{F_1} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{5}{10} = \mathbf{0,5}$

b) Ta cũng có :

$$a_2 = \frac{v_C - v_B}{t} = \frac{v_D - v_C}{2t}$$

Suy ra :

$$v_D - v_C = 2(v_C - v_B)$$
$$v_D = 3v_C - 2v_B = 3.15 - 2.10 = \mathbf{25m/s}$$

15.7 Tính gia tốc từ công thức *định nghĩa* và từ *định luật II* Newton

Ta có :

$$a_1 = \frac{5-8}{6} = -0,5(m/s^2) \ ; \quad a_2 = 2a_1 = -1m/s^2$$

Vậy : $v_C = a_2t + 5 = -1.10 + 5 = \mathbf{-5m/s}$

15.8 Ta có : $\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}}{m_1}$; $\vec{a}_2 = \frac{\vec{F}}{m_2}$.

Do đó : $\vec{v}_1 = \frac{\vec{F}}{m_1}t$; $\vec{v}_2 = \frac{\vec{F}}{m_2}t + \vec{v}_0$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{F}\left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2}\right)t = \vec{v}_0 \Rightarrow \vec{F} = \frac{m_1m_2\vec{v}_0}{(m_2 - m_1)t}$$

Do đó :
$$\begin{cases} * \ \vec{F} \uparrow\uparrow \vec{v}_0 : m_2 > m_1 \Rightarrow |\vec{F}| = \dfrac{m_1m_2v_0}{(m_2 - m_1)t} \\ * \ \vec{F} \uparrow\downarrow \vec{v}_0 : m_2 < m_1 \Rightarrow |\vec{F}| = \dfrac{m_1m_2v_0}{(m_1 - m_2)t} \end{cases}$$

15.9 Theo định luật II Newton .

$|\vec{F}_h| = m|\vec{a}|$

Nhưng :

$$\begin{cases} -v_0^2 = 2as \\ -v_0 = at \end{cases} \Rightarrow -18a = 9a^2 \Rightarrow a = -2m/s^2$$

Do đó :

$$|\vec{F}_h| = 2000.2 = \mathbf{4000N}$$

15.10 Tương tự bài trên ta có :

$$|\vec{F}_h| = m|\vec{a}|$$

Nhưng theo đề :

$$\begin{cases} -v_0^2 = 2as = 2a \\ -v_0 = at = a \end{cases} \Rightarrow -2a = a^2 \Rightarrow a = -2m/s^2$$

$$|\vec{F}_h| = 500.2 = \mathbf{1000N}$$

15.11 Theo kết quả của bài **6.18** ta có :

$$\Delta s = at^2 \Rightarrow a = \frac{\Delta s}{t^2} = \frac{0,90}{1,5^2} = 0,4m/s^2$$

Do đó :

$$F = ma = 0,150.0,4 = \mathbf{0,060N}$$

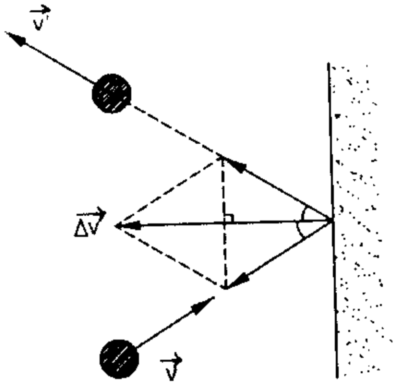
15.12 Gia tốc của quả bóng :

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{15 - (-25)}{0,05} = 800m/s^2$$

Lực do tường tác dụng lên bóng :

$$F = ma = 0,200.800 = \mathbf{160N}$$

15.13 Ta có :



$$\vec{a} = \frac{\vec{v'} - \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Dựng $\Delta\vec{v} \Rightarrow |\Delta\vec{v}| = 2|\vec{v}|.\cos 30^o = 20\sqrt{3}m/s$

$$\Rightarrow |\vec{F}| = m|\vec{a}| = m\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = 0,2.\frac{20.\sqrt{3}}{0,05}$$

$(|\vec{v'}| = |\vec{v}| = 20m/s)$

$$\approx \textit{138N}$$

15.14 Xét chuyển động *tương đối* của xe (I) đối với xe (II).

$$\vec{a}_{12} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2 \Rightarrow a_{12} = a_1 - a_2 = -a_1$$

Khi khoảng cách giữa hai xe *ngắn nhất* thì :

$$v_{12} = 0 \; ; \; s_{12} = 30 - 5 = 25m$$

Vậy :

$$-v_0^2 = 2(-a_1)s_{12} \Rightarrow a_1 = \frac{v_0^2}{2s_{12}} = 0,5m/s^2$$

Do đó :

$$F_1 = m_1a_1 = 1000.0,5 = \textit{500N}$$

$$F_2 = m_2a_2 = 1000.1,0 = \textit{1000N}$$

15.15 Sau khi buông tay ta có các *độ lớn gia tốc* của mỗi xe là :

$$a_1 = \frac{v_1}{\Delta t} \; ; \; a_2 = \frac{v_2}{\Delta t} \quad (\Delta t : \text{thời gian tương tác})$$

Vậy các quãng đường đi được trong thời gian t kể từ lúc rời nhau là :

$$s_1 = v_1t \; ; \; s_2 = v_2t \; ; \quad \Rightarrow \frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2}$$

Tính chất của gia tốc của hai vật tương tác cho :

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{s_1}{s_2} = \frac{1}{2}$$

15.16 Đặt Δt : thời gian va chạm (tương tác).

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{v}'_1 - \vec{v}_1}{\Delta t} \; ; \; \vec{a}_2 = \frac{\vec{v}'_2}{\Delta t}$$

Áp dụng định luật III Newton ta suy ra :

$$m_B\vec{v}'_2 = m_A(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1) \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\vec{v}'_2}{\vec{v}_1 - \vec{v}'_1} = \frac{v'_2}{v_1 - v'_1} = \frac{0,55}{1-(-0,1)}.$$

$$m_A = \frac{m_B}{2} = \frac{200}{2} = \textit{100(g)}$$

15.17 Đặt Δt : thời gian tương tác. Các vận tốc mà hai quả bóng thu được sau tương tác :

$$v_1 = a_1.\Delta t \; ; \quad v_2 = a_2.\Delta t \text{ (độ lớn)}$$

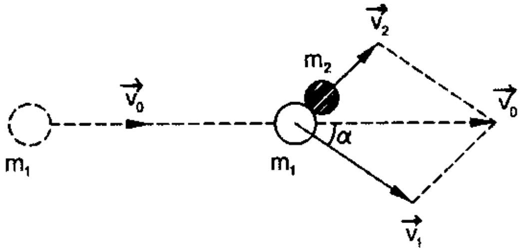
$$\Rightarrow \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Các quãng đường mà hai quả bóng lăn được cho tới lúc dừng được tính bởi :

$$v_1^2 = 2a's_1 ; \quad v_2^2 = 2a's_2 \text{ (độ lớn)}$$

Do đó : $\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{s_1}{s_2} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \sqrt{\frac{s_1}{s_2}} = \textit{1,5}$

15.18



Ta có :

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_0}{\Delta t}\ ; \qquad \vec{a}_2 = \frac{\vec{v}_2}{\Delta t}$$

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$$

$$\Rightarrow \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_0$$

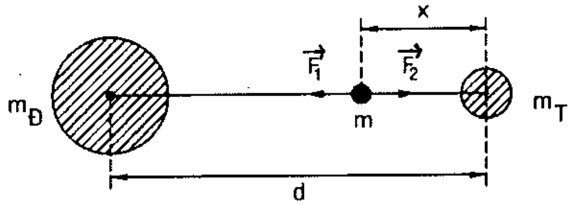
Vì $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 5m/s$

Ngoài ra :

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{v_2}{v_1} = 0{,}75 \Rightarrow \alpha \approx 37^o$$

16.8 $F = G\dfrac{Mm}{d^2} = 6{,}67 \,.\, 10^{-11} \,.\, \dfrac{7{,}4 \,.\, 10^{22} \,.\, 6 \,.\, 10^{24}}{3{,}84^2 \,.\, 10^{16}} \approx 2 \,.\, 10^{20}N$

16.9



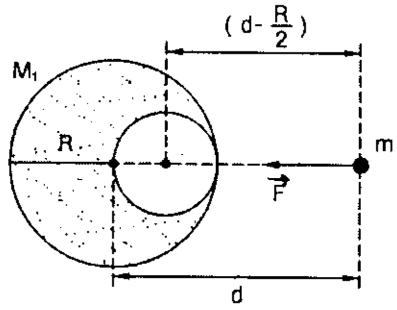
$$F_1 = F_2 \Rightarrow G \cdot \frac{m_Đ m}{(d-x)^2} = G \cdot \frac{m_T m}{x^2}$$

Do đó :

$$\frac{x}{(d-x)} = \sqrt{\frac{m_T}{m_Đ}} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{d}{10} = 6R$$

16.10 Vì lí do *đối xứng* lực hấp dẫn $\vec{F}$ do vật đã cho tác dụng lên m có phương là đường xuyên tâm qua m.



– Phần khoét đi đặt vào *chỗ ban đầu* hút m với lực hấp dẫn :

$$f = G\frac{M_2 m}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}$$

– Có thêm phần đã khoét, quả cầu đầy hút m với lực hấp dẫn :

$$F' = G'\frac{Mm}{d^2}$$

Suy ra :

$$F = F' - f = Gm\left[\frac{M}{d^2} - \frac{M_2}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}\right]\ ; \qquad \frac{M_2}{M} = \left(\frac{\frac{R}{2}}{R}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \quad F = GmM\left[\frac{1}{d^2} - \frac{1}{8\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}\right]$$

$$= GmM\left[\frac{7d^2 - 8dR + 2R^2}{8d^2\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}\right]$$

16.11 $g_0 = \frac{GM}{R^2}$; $\quad g = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \Rightarrow \frac{g_0}{g} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$

$$\Rightarrow h = (\sqrt{2} - 1)R \approx \mathit{2651km}$$

16.12 $g = \frac{GM}{R^2}$; $\quad g_T = \frac{GM_T}{R'^2} \quad \Rightarrow \frac{g_T}{g} = \frac{M_T}{M} \cdot \left(\frac{R}{R'}\right)^2 = 0{,}17$

$$\Rightarrow g_T = 0{,}17g \approx \mathit{1{,}66m/s^2}$$

16.13 Khi vật cân bằng : $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow k\Delta l = mg$

Do đó :

a) $k = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0{,}100 . 10}{5 . 10^{-2}} = \mathit{20N/m}$

b) $m' = \frac{k . \Delta l'}{g} = \frac{20 . 3 . 10^{-2}}{10} = 6 . 10^{-2}kg = \mathit{60g}$

16.14 Lực *hướng tâm* chính là lực *đàn hồi* của lò xo.

Do đó :

$$k(l - l_0) = m\omega^2 l \Rightarrow l = \frac{kl_0}{k - m\omega^2}$$

$$l = \frac{kl_0}{k - 4\pi^2n^2} \approx \frac{20 . 0{,}20}{20 - 4 . 10 . 1^2} = 0{,}25m = 25cm$$

Suy ra : $\Delta l = l - l_0 = \mathit{5cm}$

16.15 Độ cứng của lò xo : $k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{500}{10^{-2}} = 5 . 10^4 N/m$

Gia tốc của đoàn tàu : $a = \frac{v}{t} = \frac{1}{10} = 0{,}1m/s^2$

Do đó :

* *Lò xo (1)* : Lực đàn hồi :

$$F_1 = (m_1 + m_2)a = 15 . 10^3 . 0{,}1 = 1500N$$

$\Rightarrow$ Độ dãn : $\quad \Delta l_1 = \frac{F_1}{k} = \frac{1500}{5 . 10^4} = 3 . 10^{-2}m = \mathit{3cm}$

* *Lò xo (2)* : Lực đàn hồi :

$$F_2 = m_2 a = 5 . 10^3 . 0{,}1 = 500N$$

$\Rightarrow$ Độ dãn : $\quad \Delta l_2 = \frac{F_2}{k} = \frac{500}{5 . 10^4} = 10^{-2}m = \mathit{1cm}$

16.16 a) *Hệ (I)* : Để đơn giản, giả sử khi vật cân bằng các lò xo đều *không biến dạng*. Xét vật dời đoạn x từ vị trí cân bằng.

$$F_1 = k_1 x \ ; \qquad F_2 = k_2 x \text{ (độ lớn)}$$

Vì $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ luôn *cùng hướng* nên tổng lực có độ lớn :

$$\sum F = F_1 + F_2 = (k_1 + k_2)x$$

Lò xo tương đương có độ cứng k sao cho $F = kx = \sum F$

$$\Rightarrow \quad k = k_1 + k_2$$

b) *Hệ (II)* : Khi vật cân bằng, các lò xo *đều không biến dạng*. Xét vật dời đoạn x từ vị trí cân bằng.

– Các độ biến dạng : x_1; x_2 với $x_1 + x_2 = x$

– Độ lớn các lực đàn hồi : $F_1 = k_1x_1$; $F_2 = k_2x_2$

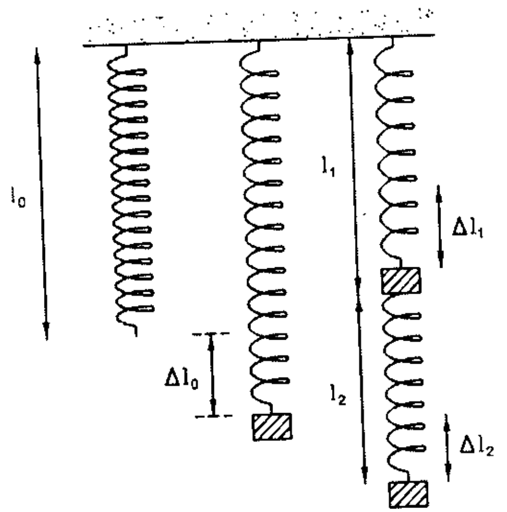
Với $F_1 = F_2$ (độ lớn).

Lò xo tương đương có độ cứng k sao cho $F = kx = F_1 = F_2$.

Do đó :

$$\frac{F}{k} = \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_2}{k_2} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

16.17



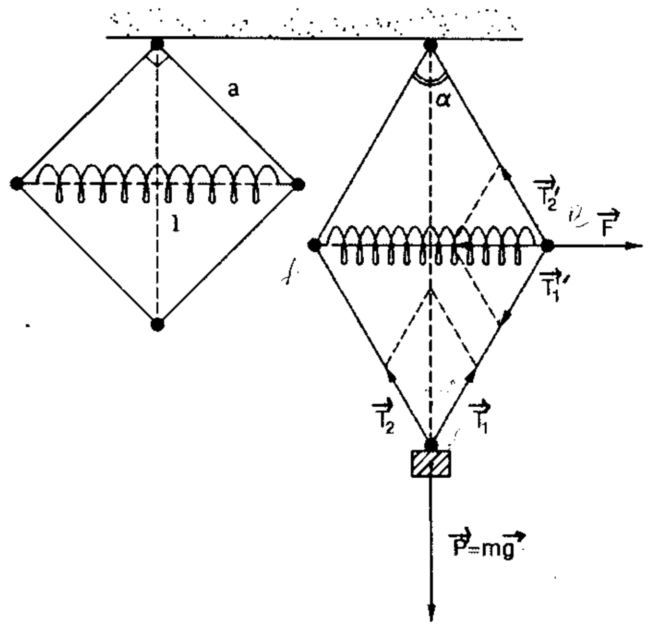
$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} \Rightarrow \begin{cases} \Delta l_1 = 2\left(\dfrac{\Delta l_0}{2}\right) = \dfrac{mg}{k} \\ \Delta l_2 = \dfrac{\Delta l_0}{2} = \dfrac{mg}{2k} \end{cases}$$

Do đó

$$l_1 = \frac{l_0}{2} + \frac{mg}{k} \;;\; l_2 = \frac{l_0}{2} + \frac{mg}{2k}$$

$$\Rightarrow \quad l = l_1 + l_2 = l_0 + \frac{3mg}{2k}$$

16.18



Theo tính chất của lực căng :

$$T = T_1 = T_2 = T'_1 = T'_2 = \frac{mg}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$$

Suy ra lực đàn hồi của lò xo :

$$F = 2T\sin\frac{\alpha}{2} = mg\,tg\frac{\alpha}{2}$$

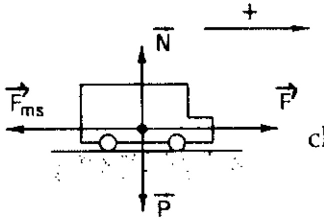
Độ biến dạng của lò xo :

$$\Delta l = l - \frac{2l}{\sqrt{2}}\sin\frac{\alpha}{2} = l\left(1 - \sqrt{2}\sin\frac{\alpha}{2}\right)$$

Suy ra :

$$k = \frac{mg\,tg\frac{\alpha}{2}}{l\left(1 - \sqrt{2}\sin\frac{\alpha}{2}\right)} \approx 10^2 N/m$$

16.20 Trên phương chuyển động :



$\vec{F} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \Rightarrow F - F_{ms} = ma$

Trên phương vuông góc với phương chuyển động : $\vec{P} + \vec{N} = \vec{0} \Rightarrow N = mg$

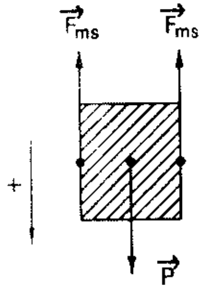
a) Ta có $a = 0 \Rightarrow F_1 = F_{ms} = kN = kmg = 0{,}1 \cdot 10^3 \cdot 10 = $ ***1000N***

b) Ta có : $F_2 = F_{ms} + ma = m(kg + a)$

$= 10^3(2 + 0{,}1 \cdot 10) = $ ***3000N***

16.21 Luôn có : $F_{ms} = kN = 0{,}5 \cdot 50 = 25N$

a) Nếu khối gỗ *tự trượt xuống* :



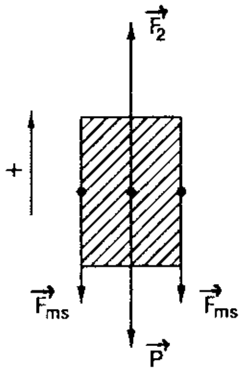
$\vec{P} + 2\vec{F}_{ms} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \quad P - 2F_{ms} \geq 0$

Vậy : $\quad mg \geq 2F_{ms}$

$\Rightarrow \quad 40N \geq 50N$: ***vô lí***

b) Ta có : $\vec{a} = \vec{0}$



* Muốn khối gỗ *đi xuống* đều, lực tác dụng $\vec{F}_1$ phải *hướng xuống*. Do đó :

$\vec{F}_1 + \vec{P} + 2\vec{F}_{ms} = \vec{0} \Rightarrow F_1 + P - 2F_{ms} = 0$

$F_1 = 2F_{ms} - mg = 2 \cdot 25 - 4 \cdot 10 = $ ***10N***

* Muốn khối gỗ *đi lên* đều, lực tác dụng $\vec{F}_2$ phải *hướng lên*.

Ta có :

$\vec{F}_2 + \vec{P} + 2\vec{F}_{ms} = \vec{0}$

$\Rightarrow F_2 - P - 2F_{ms} = 0$

$\Rightarrow F_2 = 2F_{ms} + mg = $ ***90N***

16.22 Trong cả hai trường hợp : $\vec{a} = \vec{0}$

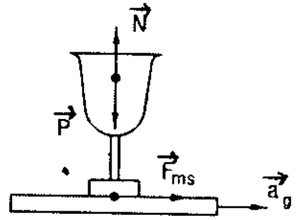
Áp dụng định luật II Newton, suy ra :

$$\begin{cases} F = kmg & (1) \\ F' = k(m + m_h)g & (2) \end{cases}$$

$$(2) - (1) : F' - F = km_hg \Rightarrow k = \frac{F' - F}{m_hg} = \frac{40}{20 \cdot 10} = \mathbf{0{,}2}$$

16.23 a) Khi bắt đầu trượt : $\begin{cases} \vec{a}_l = \vec{a}_g \\ F_{ms} = kN = kP_l = km_lg \end{cases}$

$$\Rightarrow a_g = a_l = \frac{F_{ms}}{m_l} = kg = \mathbf{3m/s^2}$$



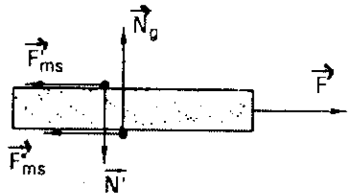
b) $\vec{F} + \vec{F}'_{ms} + \vec{F}''_{ms} + \vec{N}' + \vec{N}_g = \vec{0}$

$\Rightarrow F = F'_{ms} + F''_{ms}$;

$F'_{ms} = F_{ms} = km_lg$;

$F''_{ms} = k'N_g = k'm_lg$

$\Rightarrow F = (k + k')m_lg = $ ***0,25N***



c) Chứng minh trên đây cho thấy $\begin{cases} \bullet \text{ kết quả ở câu a) không phụ thuộc } m_l \\ \bullet \text{ kết quả ở câu b) phụ thuộc } m_l. \end{cases}$

16.25 Khi vận tốc rơi đạt giá trị cực đại : $\vec{P} + \vec{F}_c = \vec{0}$

$\Rightarrow kSv_{max}^2 = mg$

$$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{mg}{kS}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{mg}{\pi k}} \approx \mathit{144m/s}$$

16.26 Tương tự bài trên đây, ta suy ra :

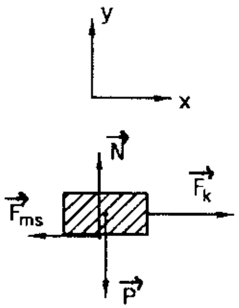
$$\frac{(v_{max})_1}{(v_{max})_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \ ; \ m = DV \Rightarrow \frac{(v_{max})_1}{(v_{max})_2} = \sqrt{\frac{D_1}{D_2}}$$

17.6

$$\vec{F}_k + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N - P = 0 \Rightarrow N = P \\ F_k - F_{ms} = ma \Rightarrow F_k - kmg = ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{F_k}{m} - kg = 0{,}2 m/s^2$$



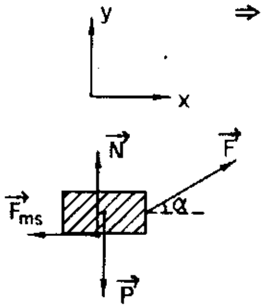
Suy ra :

$$* \ v = \sqrt{2as} = \mathit{20m/s}$$

$$* \ t = \frac{v}{a} = \frac{20}{0{,}2} = \mathit{100s}$$

17.7 $\vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} F\cos\alpha - F_{ms} = ma \\ N + F\sin\alpha - P = 0 \Rightarrow N = mg - F\sin\alpha \end{cases}$$



Suy ra :

$$F\cos\alpha + kF\sin\alpha - kmg = ma$$

$$(\cos\alpha + k\sin\alpha)F = m(a + kg)$$

$$\Rightarrow F = \frac{m(a + kg)}{\cos\alpha + k\sin\alpha}$$

17.8 Giải tương tự bài 17.7, ta suy ra :

– Chuyển động đều :

$$\left.\begin{aligned} F\cos\alpha_1 &= F_{ms} = kN_1 \\ N_1 &= mg - F\sin\alpha_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow k = \frac{F\cos\alpha_1}{mg - F\sin\alpha_1} \approx 0{,}625$$

– Chuyển động có gia tốc :

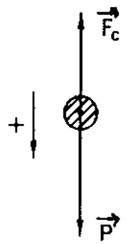
$$a = \frac{F\cos\alpha_2 + k(F\sin\alpha_2 - mg)}{m} \approx \mathit{0{,}82m/s^2}$$

17.9 Gia tốc : $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 100}{10^2} = 2 m/s^2$.

Định luật II Newton cho :

$$\vec{P} + \vec{F}_c = m\vec{a} \Rightarrow P - F_c = ma$$

$$\Rightarrow \quad F_c = m(g - a) = 2{,}5(10 - 2) = \mathit{20N}$$



17.10 Áp dụng định luật II Newton, suy ra các gia tốc :

$$a_1 = \frac{F_1}{m_1} - k_1 g = 0{,}2 m/s^2; \ a_2 = \frac{F_2}{m_2} - k_2 g = 0{,}4 m/s^2$$

Các phương trình chuyển động (điều kiện đầu thích hợp) :

$$x_1 = 0{,}1t^2 \quad ; \quad x_2 = -0{,}2(t - 50)^2 + 1500 = -0{,}2t^2 + 20t + 1000$$

Gặp nhau :

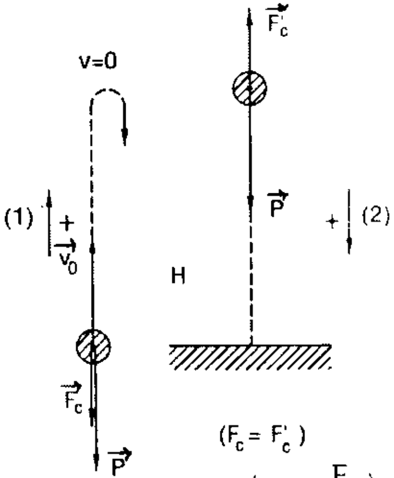
$$x_1 = x_2 \quad \Rightarrow 0{,}1t^2 = -0{,}2t^2 + 20t + 1000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \mathit{100s} \\ x = \mathit{1000m} \end{cases}$$

17.11 * *lên* : $\vec{P} + \vec{F}_c = m\vec{a}_1$

$$\Rightarrow a_1 = -\left(g + \frac{F_c}{m}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = \dfrac{-v_0}{a_1} = \dfrac{v_0}{g + \dfrac{F_c}{m}} \\ H = \dfrac{-v_0^2}{2a_1} = \dfrac{v_0^2}{2\left(g + \dfrac{F_c}{m}\right)} \end{cases}$$



* *xuống* : $\vec{P} + \vec{F'}_c = m\vec{a}_2 \Rightarrow P - F_c = ma_2 \Rightarrow a_2 = \left(g - \frac{F_c}{m}\right)$

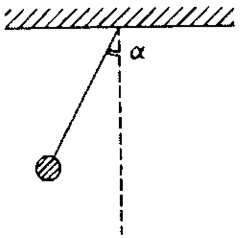
$$\Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2H}{a_2}} = \frac{v_0}{\sqrt{g^2 - \left(\dfrac{F_c}{m}\right)^2}}$$

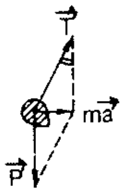
Theo đề :

$$t_2 = 2t_1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{g - \dfrac{F_c}{m}}} = \frac{2}{\sqrt{g + \dfrac{F_c}{m}}} \Rightarrow 5\frac{F_c}{m} = 3g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_c = \frac{3mg}{5} = 30N$$

17.12





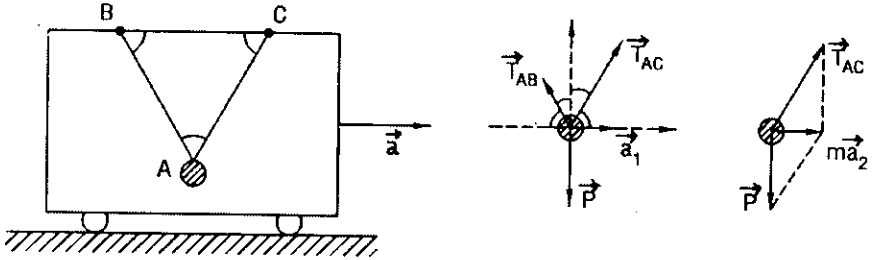
$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow tg\,\alpha = \frac{ma}{P} = \frac{a}{g}$$

Suy ra :

* $a = g\,.\,tg\,\alpha \approx 5{,}7 m/s^2$

* $T = \dfrac{P}{\cos\alpha} = \dfrac{mg}{\cos\alpha} \approx 1{,}13N$

17.13



a) $\vec{T}_{AC} + \vec{T}_{AB} + \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} T_{AC}\cos 60^o - T_{AB}\cos 60^o = ma_1 \\ T_{AC}\cos 30^o + T_{AB}\cos 30^o - P = 0 \end{cases}$

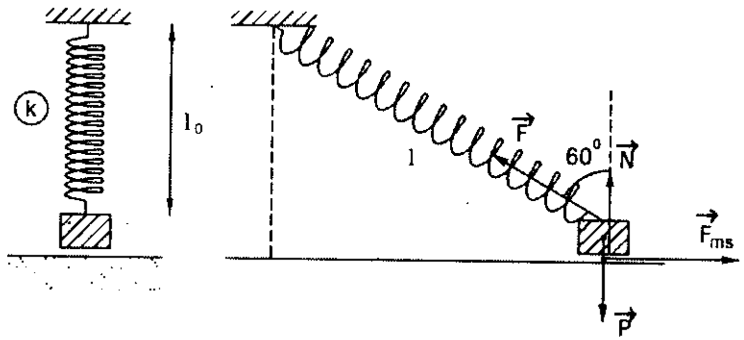
$$\Rightarrow a_1 = \frac{g}{2\sqrt{3}}$$

b) Dây AB chùng $\Rightarrow T_{AB} = 0;\ \hat{C} \le 60^o.$

$$\vec{T}_{AC} + \vec{P} = m\vec{a}_2 \Rightarrow \begin{cases} T_{AC}\cos\hat{C} = ma_2 \\ T_{AC}\sin\hat{C} - P = 0 \end{cases} \Rightarrow tg\,\hat{C} = \frac{g}{a_2} \le \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a_2 \ge \frac{g}{\sqrt{3}}$$

17.14



$$\vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} F\sin 60^o - F_{ms} = 0 \\ N + F\cos 60^o - P = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_{ms} = \dfrac{F\sqrt{3}}{2} \\ N = mg - \dfrac{F}{2} \end{cases}$$

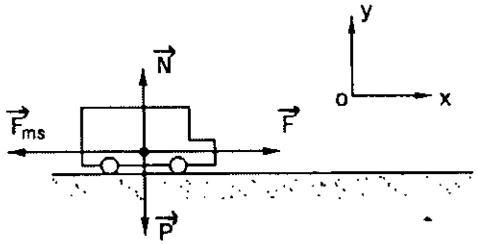
Nhưng : $F = k(l - l_0) = kl_0$

Suy ra : $k' = \dfrac{F_{ms}}{N} = \dfrac{kl_0\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{mg - \dfrac{kl_0}{2}} = \dfrac{kl_0\sqrt{3}}{2mg - kl_0} \approx 0{,}2$

17.15 Áp dụng định luật II Newton :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_1 = m\vec{a}_1$$

Chiếu lên hệ trục Oxy :



$\Rightarrow a_1 = \dfrac{F}{m} - kg = 1m/s^2$

a) $v = a_1t = \mathit{10m/s}$;

$s = \dfrac{1}{2}a_1t^2 = \mathit{50m}$

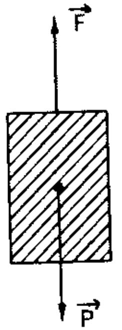
b) $a_2 = 0 \Rightarrow F_2 = F_{ms} = kmg = \mathit{1000N}$

c) $a_3 = \dfrac{-v_0}{t} = -5m/s^2$; $F_h = -m(a_3 + kg) = \mathit{4000N}$

d) $\bar{v} = \dfrac{\sum s_i}{\sum t_i}$; $s_3 = \dfrac{-v_0^2}{2a_3} = 10$ m $\Rightarrow \bar{v} \approx \mathit{8{,}1m/s}$

e) Xem bài **17.2**

17.16



Theo đồ thị : chiều + là *chiều chuyển động*

Ta có : $a_1 = 2{,}5m/s^2$; $a_2 = 0$; $a_3 = -2{,}5m/s^2$

Áp dụng định luật II Newton :

$$\vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$$

a) $F_l = m(g + a)$. Do đó :

$$\begin{cases} * \ a_1 = 2{,}5m/s^2 & \Rightarrow F_{l1} = \mathit{12500N} \\ * \ a_2 = 0 & \Rightarrow F_{l2} = \mathit{10000N} \\ * \ a_3 = -2{,}5m/s^2 & \Rightarrow F_{l3} = \mathit{7500N} \end{cases}$$

b) $F_x = m(g - a)$. Tính tương tự như câu a).

c) Áp dụng định luật II Newton cho người.

$\vec{P}_n + \vec{N} = m\vec{a} \Rightarrow$ Trọng lượng người : $N = m_n(g - a)$

Tính như câu b).

17.17 Ta có : $\bar{v} = \dfrac{s}{t} = 9m/s$; $\dfrac{v_1}{2} = \bar{v} \Rightarrow v_1 = 18m/s$

Do đó : $a_1 = \dfrac{v_1}{t_1} = 0{,}06m/s^2$; $a_2 = \dfrac{-v_1}{t_2} = -0{,}02m/s^2$

Áp dụng định luật II Newton :

$$\vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a} \Rightarrow F = m(a + kg)$$

Suy ra :

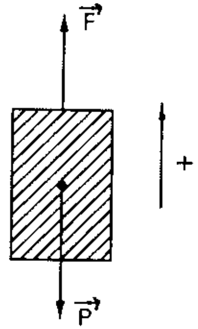
$F_1 = \mathit{460N}$; $F_2 = \mathit{380N}$.

17.18 Vì m_1 và m_2 chuyển động giống nhau có thể coi m_1 và m_2 tạo thành một hệ có khối lượng $m = (m_1 + m_2)$.

– Xét hệ : $\vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$

$\Rightarrow F - P = ma$

$\Rightarrow a = \dfrac{F}{m} - g = \mathit{2m/s^2}$

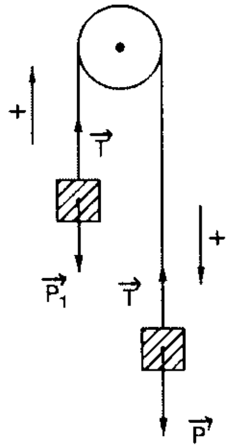


– Xét riêng m_2 :

$\vec{T} + \vec{P}_2 = m_2\vec{a}$

$\Rightarrow T = m_2(a + g) = \mathit{6N}$

17.19 Áp dụng định luật II Newton cho *từng vật* :



$$\vec{T} + \vec{P_1} = m_1\vec{a_1};$$
$$\vec{T} + \vec{P} = (m_2 + m')\vec{a_2}$$

Trên các trục tương ứng :

(chú ý $m_1 = m_2 = m$; $a_1 = a_2 = a$)

$$\left.\begin{aligned} T - m_1g &= m_1a \\ (m_2 + m')g - T &= (m_2 + m')a \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{m'g}{m_1 + m_2 + m'} = 2m/s^2$$

Khi hai vật ngang nhau, mỗi vật đã đi theo chiều + đoạn

$$s = \frac{h}{2} = 1m$$

Do đó : $v = \sqrt{2as} = 2m/s$

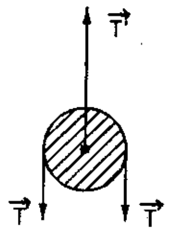
GHI CHÚ :

Để ý $\vec{a_2} = -\vec{a_1}$ có thể xử lí các phương trình về vectơ và tìm ra :

$$\vec{a_2} = \frac{m'}{m_1 + m_2 + m'}\vec{g}$$

m_2 đi xuống với gia tốc $a_2 = 2m/s^2$.

17.20 – Vì ròng rọc không có khối lượng nên ta có :



$$T' = 2T \Rightarrow T = \frac{T'}{2} = 26{,}15N$$

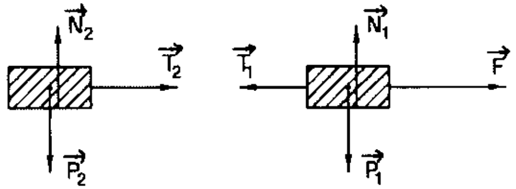
– Giải tương tự bài 17.19 ta được :

$$a = \frac{g}{3} \approx 3{,}27m/s^2$$

Do đó, suy ra :

$$m_2 = \frac{T}{g + a} = \frac{3T}{4g} \approx 2kg \; ; \; m_1 = 2m_2 \approx 4kg$$

17.22 a)



Hai vật chuyển động giống hệt nhau. Có thể xét hệ vật có khối lượng $m = m_1 + m_2$.

Ta có : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow a = \frac{F}{m} = 1{,}2m/s^2$

Do đó :

$$v = at = 2{,}4m/s \quad ; \quad s = \frac{1}{2}at^2 = 2{,}4m$$

b) $T = m_2a = 6N < T_0 = 15N$: dây ***không đứt***

c) $T = \frac{m_2F}{m_1 + m_2} \geq T_0 \Rightarrow F \geq \frac{(m_1 + m_2)T_0}{m_2} = 22{,}5N$

d) Giải lại bài toán có thêm lực ma sát ta vẫn có cùng kết quả ở câu c).

17.23 Áp dụng định luật II Newton cho từng vật :

$$\vec{F} + \vec{P_1} + \vec{N_1} + \vec{F}_{ms1} + \vec{T_1} = m_1\vec{a_1} \; ; \; \vec{T_2} + \vec{P_2} + \vec{N_2} + \vec{F}_{ms2} = m_2\vec{a_2}$$

Chiếu lên trục chuyển động :

$$\left.\begin{aligned} F - k_1m_1g - T &= m_1a \\ T - k_2m_2g &= m_2a \end{aligned}\right\} \Rightarrow a = \frac{F - (k_1m_1 + k_2m_2)g}{m_1 + m_2}$$

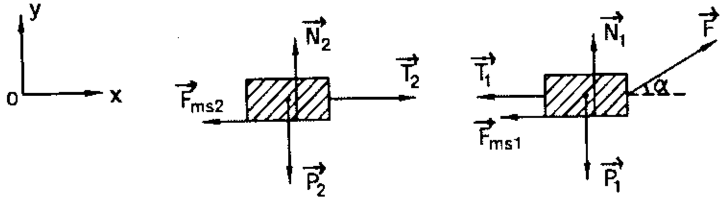
$$T = m_2(a + k_2g) = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\left[F - (k_1 - k_2)m_1g\right]$$

Điều kiện : $T < T_0$

$$\Rightarrow \quad F < \frac{(m_1 + m_2)T_0 + m_1m_2(k_1 - k_2)g}{m_2}$$

17.24 Áp dụng định luật II Newton cho từng vật :

$$\begin{cases} \vec{F} + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{T}_2 + \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms2} = m_2\vec{a}_2 \end{cases}$$



Chiếu lên hệ trục Oxy ta suy ra :

$$\left.\begin{array}{r} F\cos\alpha - T - k(m_1g - F\sin\alpha) = m_1a \\ T - km_2g = m_2a \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{F(\cos\alpha + k\sin\alpha) - k(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{F(\cos\alpha + k\sin\alpha)}{m_1 + m_2} - kg = \mathit{0{,}8m/s^2}$$

Do đó :

$$T = m_2(a + kg) = \mathit{3{,}6N}$$

17.25 a) Gia tốc của chuyển động : $a = \dfrac{2s}{t^2} = 0{,}5m/s^2$

Viết các phương trình cho mỗi xe tương tự như ở bài **17.23** ta suy ra :

$$F = (m_1 + m_2)a + (k_1m_1 + k_2m_2)g = \mathit{1750N}$$

$$T = m_2(a + k_2g) = \mathit{1000N}$$

b) – Khi xe (I) tắt máy nó chuyển động *chậm dần đều* với gia tốc có độ lớn :

$$a'_1 = k_1g = 1m/s^2$$

Điều kiện : $a'_2 = a'_1$ (độ lớn)

Áp dụng định luật II Newton cho xe (II) ta suy ra :

$$F_h = m_2(a'_2 - k_2g) = \mathit{500N}$$

– Vận tốc khi tắt máy : $v_0 = at = 5m/s$

Quãng đường :

$$s = \frac{v_0^2}{2a'_1} = \mathit{12{,}5m}$$

17.26 Gia tốc : $a = \dfrac{v^2}{2s} = 0{,}4m/s^2$

– Xét *hệ vật* gồm cả đoàn tàu, áp dụng định luật II Newton ta suy ra :

$$k = \frac{1}{g}\left(\frac{F_k}{M} - a\right) = \mathit{0{,}01}$$

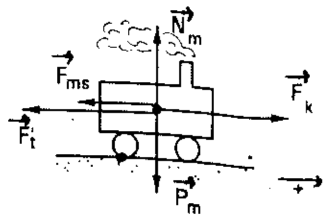
– Xét các toa, áp dụng định luật II Newton ta có :

$$F_t = M_t(a + kg) = \mathit{4.10^4\ N}$$

CHÚ Ý :

Có thể xét đầu máy. Khi đó :

$$\vec{F}_k + \vec{P}_m + \vec{N}_m + \vec{F}_{ms} + \vec{F'}_t = M_m\vec{a}$$



Suy ra :

$$F'_t = F_t = 4.10^4N$$

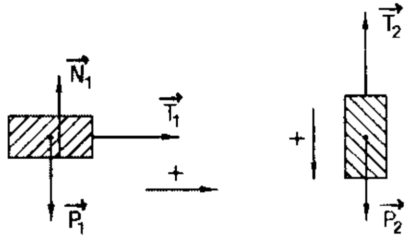
17.27 Giải tương tự bài **17.22.** Suy ra :

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \mathit{2m/s^2}$$

$$T_2 = (m_2 + m_3)a = 6N$$

$$T_3 = m_3 a = 2N$$

17.28 Áp dụng định luật II Newton cho mỗi vật :



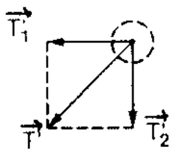
$$\begin{cases} \vec{T}_1 + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2\vec{a}_2 \end{cases}$$

Chiếu lên trục chuyển động ta suy ra :

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = 2m/s^2$$

– Quãng đường : $s = \frac{1}{2}at^2 = \mathit{0{,}25m}$

– Lực nén lên trục ròng rọc :



$$\vec{T}' = \vec{T}'_1 + \vec{T}'_2 \quad ;$$

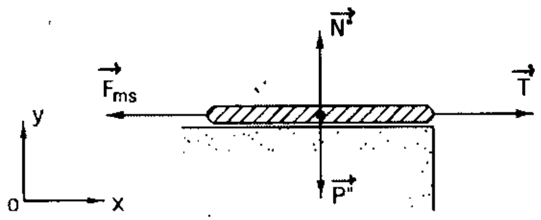
$$T'_1 = T'_2 = T_1 = T_2 = T = m_2(g - a)$$

$$= 3{,}2N$$

Suy ra :

$$T' = T\sqrt{2} \approx \mathit{4{,}5N}$$

17.29 Trọng lực của phần xích thòng xuống tạo ra *lực căng* $\vec{T}$ có tác dụng làm phần xích trên bàn *trượt ngang*.



Khi *bắt đầu* trượt :

$$\vec{T} + \vec{F}_{ms} + \vec{P}'' + \vec{N}'' = \vec{0}$$

Chiếu lên các trục :

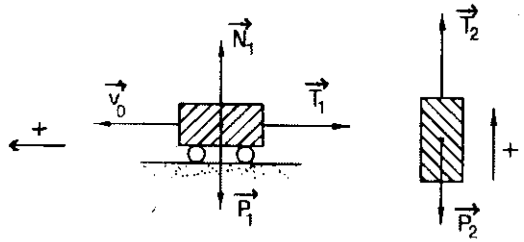
$$T - kP'' = 0 \Rightarrow P' = kP''$$

$$\Rightarrow \frac{P'}{P''} = \frac{m'}{m''} = \frac{l'}{l''} = k = \frac{1}{3}$$

Do đó :

$$l' + l'' = 4l' = l \Rightarrow l' = \frac{l}{4} = \mathit{0{,}25m}$$

17.30 Áp dụng định luật II Newton cho từng vật và chiếu lên các trục chuyển động ta có :



Vì dây không dãn và khối lượng không đáng kể nên

$$T_1 = T_2 = T$$

$$\begin{cases} -T = m_1 a \\ T - P_2 = m_2 a \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$a = -2{,}8m/s^2$$

a) $v = -2{,}8t + 2{,}8 \Rightarrow t = 2s : v = \mathit{-2{,}8m/s}$ *(sang phải)*

b) $x = -1{,}4t^2 + 2{,}8t \Rightarrow t = 2s : x = \mathit{0}$ *(vị trí đầu)*

Quãng đường đi được từ đầu cho tới khi dừng :

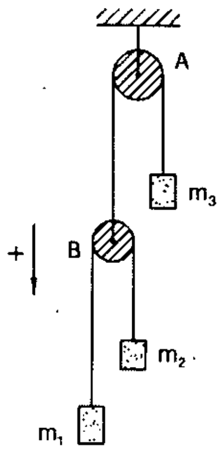
$$s_0 = \frac{-v_0^2}{2a} = 1{,}4m.$$

Quãng đường đi được sau 2s :

$$s = 2s_0 = \mathit{2{,}8m}$$

17.31 Công thức cộng gia tốc cho :

$$\begin{cases} \vec{a}_3 = -\vec{a}_0 \ (\vec{a}_0 \text{ : gia tốc của ròng rọc động}) \\ \vec{a}_2 = \vec{a}'_2 + \vec{a}_0 \ (\vec{a}'_2 \text{ : gia tốc của } m_2 \text{ đối với ròng rọc động}) \\ \vec{a}_1 = \vec{a}'_1 + \vec{a}_0 \ (\vec{a}'_1 \text{ : gia tốc của } m_1 \text{ đối với ròng rọc động}) \end{cases}$$



Áp dụng định luật II Newton cho từng vật và để ý $\vec{a}'_1 = -\vec{a}'_2$ (đối với ròng rọc động) ta suy ra :

$$\vec{a}_3 = \frac{[m_3(m_1 + m_2) - 4m_1m_2]\vec{g}}{m_3(m_1 + m_2) + 4m_1m_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad a_3 = \mathit{0{,}2m/s^2}$$

Do đó :

$$T_1 = T_2 = T = \frac{2m_1m_2(g + a_3)}{m_1 + m_2} = \mathit{24N} \ ;$$

$$T_3 = m_3(g - a_3) = \mathit{48N}$$

$$a'_2 = \frac{T - m_1(g + a_3)}{m_1} = -2m/s^2 \Rightarrow a_2 = \mathit{-2{,}2m/s^2}$$

$$a_1 = -a'_2 - a_3 = \mathit{1{,}8m/s^2}$$

17.32 Đặt $\vec{a}_0$ là gia tốc của ròng rọc động; $|\vec{a}_0| = |\vec{a}_3|$

Công thức cộng gia tốc :

$$\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{a}'_1 + \vec{a}_0 \\ \vec{a}_2 = \vec{a}'_2 + \vec{a}_0 = \vec{a}_0 - \vec{a}'_1 \end{cases}$$

Áp dụng định luật II Newton cho từng vật :

$$\vec{T}_3 + \vec{P}_3 + \vec{N}_3 = m_3\vec{a}_3 \ ; \quad \vec{T}_1 + \vec{P}_1 = m_1(\vec{a}'_1 + \vec{a}_0);$$
$$\vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2(\vec{a}_0 - \vec{a}'_1)$$

Chiếu lên các trục chuyển động :

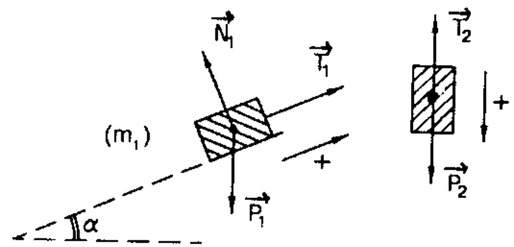
$$\begin{cases} T_3 = m_3a_3 \\ m_1g - \dfrac{T_3}{2} = m_1a'_1 + m_1a_3 \\ m_2g - \dfrac{T_3}{2} = -m_2a'_1 + m_2a_3 \end{cases} \Rightarrow \quad a_3 = 4m/s^2$$

Suy ra :

$$a'_1 = -2m/s^2 \Rightarrow a_1 = a_0 + a'_1 = a_3 + a'_1 = \mathit{2m/s^2}$$

17.33 Ta có : $T_2 = 2T_1$; $s_1 = 2s_2 \Rightarrow |\vec{a}_1| = 2\,|\vec{a}_2|$

Áp dụng định luật II Newton cho từng vật và chiếu xuống các trục chuyển động :



$$\begin{cases} m_2g - T_2 = m_2a_2 \\ T_1 - m_1g\sin\alpha = m_1a_1 \end{cases}$$

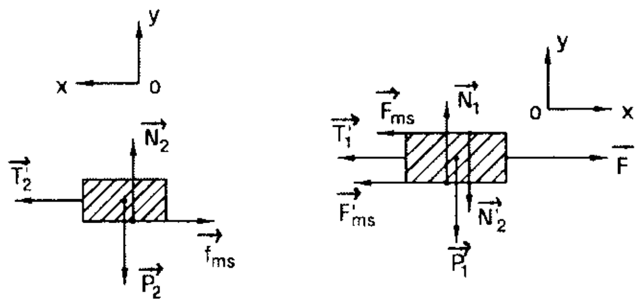
Suy ra :

$$a_2 = \frac{(m_2 - 2m_1\sin\alpha)g}{4m_1 + m_2} = -\frac{5}{7}m/s^2 \approx \mathit{-0{,}71m/s^2}$$

$$a_1 \approx -\frac{10}{7}m/s^2 \approx -1{,}43m/s^2$$

(Chuyển động ngược với các chiều + đã chọn)

17.34 a)



Áp dụng định luật II Newton cho từng vật và chiếu phương trình lực lên các hệ trục ta suy ra :

$$\begin{cases} F - k(m_1 + 2m_2)g - T' = m_1 a \\ T - km_2 g = m_2 a \end{cases}$$

Suy ra :

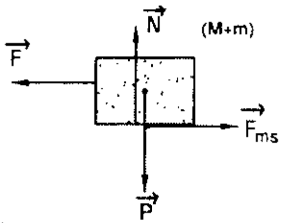
$$m = m_1 = m_2 = \frac{F}{2(2kg + a)} = 3kg$$

Do đó :

$$T' = T'_1 = T'_2 = m(a + kg) = 21N \Rightarrow T = 2T' = 42N$$

b) Lực kéo có độ lớn không đổi nhưng *khối lượng* của hệ tăng. Vậy T có độ lớn *thay đổi*.

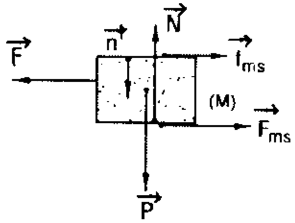
17.35 a)



$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N = P = (M+m)g \\ F = F_{ms} = kN = k(M+m)g \end{cases}$$

b)

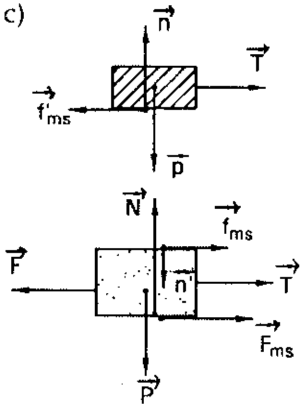


$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{n'} + \vec{F}_{ms} + \vec{f}_{ms} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N = P + n' = P + n = (M+m)g \\ F = F_{ms} + f_{ms};\ F_{ms} = kN = k(M+m)g;\ f_{ms} = kn' = kmg \end{cases}$$

$$F = k(M + 2m)g$$

c)



$$\vec{T} + \vec{p} + \vec{n} + \vec{f'}_{ms} = \vec{0}$$

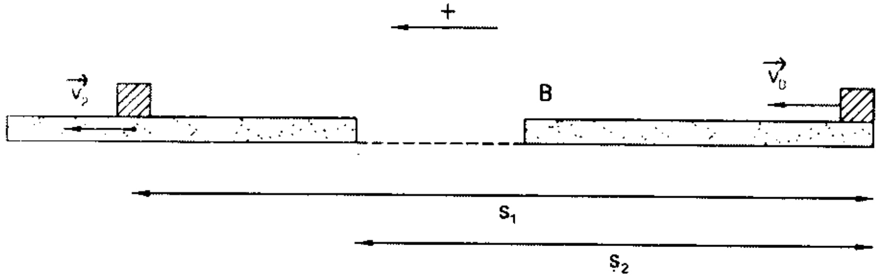
$$\Rightarrow \quad T = f'_{ms} = kn = kmg$$

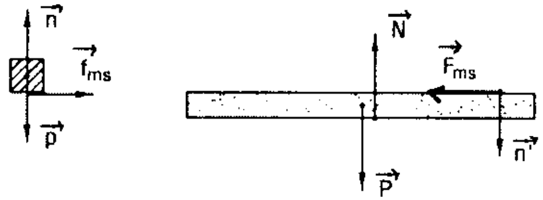
$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{n'} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} + \vec{f}_{ms} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \quad F = F_{ms} + f_{ms} + T$$

$$F = k(M + 3m)g$$

17.36





$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{f}_{ms} + \vec{p} + \vec{n}}{m_1} \Rightarrow a_1 = -kg = -2{,}5ms^{-2};$$

$$\vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{n'} + \vec{N}}{m_2} \Rightarrow a_2 = 0{,}5ms^{-2}$$

Suy ra : $v_1 = -2{,}5t + 3$; $v_2 = 0{,}5t$. Khi m_1 dừng lại trên m_2 : $v_2 = v_1 \Rightarrow 0{,}5t = -2{,}5t + 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $t = 1s \Rightarrow v_1 = v_2 = 0{,}5ms^{-1}$

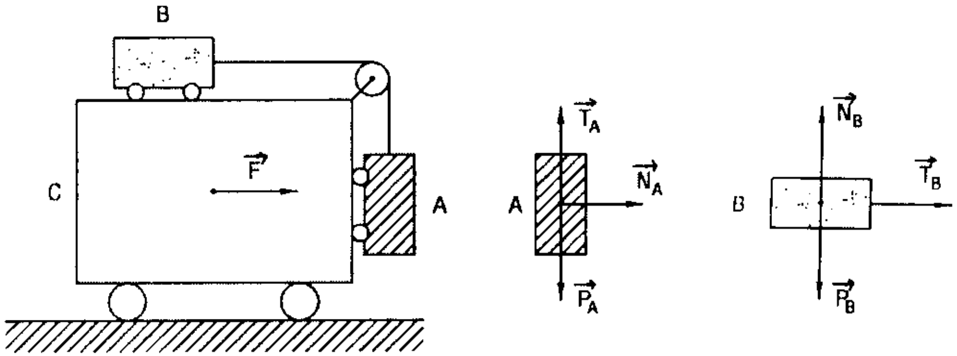
Do đó các quãng đường là :

$$s_1 = \frac{0{,}5^2 - 3^2}{2(-2{,}5)} = 1{,}75m \; ; \; s_2 = \frac{0{,}5^2}{2.0{,}5} = 0{,}25m$$

* Quãng đường m_1 trượt trên m_2 : $s = s_1 - s_2 = $ ***1,50m***

* Hệ hai vật sau đó chuyển động *đều* với $v_2 =$ ***0,5m/s***

17.37



Giả sử đã tìm được $\vec{F}$ để A, B đứng yên trên C. Hệ (A + B + C) tạo thành một vật duy nhất có $\vec{a}$ nằm ngang.

– Xét A : $\vec{P}_A + \vec{T}_A + \vec{N}_A = m_A\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} T_A = P_A = m_A g = 3N \\ \vec{N}_A \text{ hướng sang phải} \end{cases}$

– Xét B : $\vec{P}_B + \vec{N}_B + \vec{T}_B = m_B\vec{a} \Rightarrow T_B = m_B a$

$$\Rightarrow a = \frac{T_B}{m_B} = \frac{T_A}{m_B} = 15m/s^2$$

– Xét hệ (A + B + C) : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = (m_A + m_B + m_C)\vec{a}$

$\Rightarrow$ $F = (m_A + m_B + m_C)a = 30N$

Vậy : F hướng sang *phải; F = 30N; T = 3N*

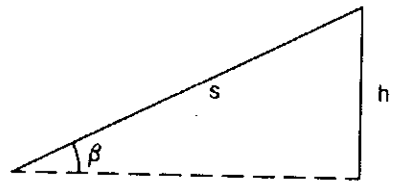
18.3 a) $\alpha < \alpha_0$; $tg\,\alpha_0 = k = 0{,}2 \Rightarrow \alpha <$ *11°*.

b) $a = g(\sin\alpha - k.\cos\alpha) \approx 3{,}3m$

Suy ra :

$$* \; t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \mathit{10s}; \quad * \; v = at = \mathit{33m/s}$$

18.4 Theo đề : $k = tg\,\alpha$



Với góc nghiêng β, gia tốc trượt xuống là :

$$a = g(\sin\beta - k.\cos\beta)$$

Thời gian trượt :

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \; ; \; s = \frac{h}{\sin\beta} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a\sin\beta}}$$

$$= \frac{1}{\sin\beta}\sqrt{\frac{2h}{g(1 - tg\,\alpha\,.\,cotg\,\beta)}}$$

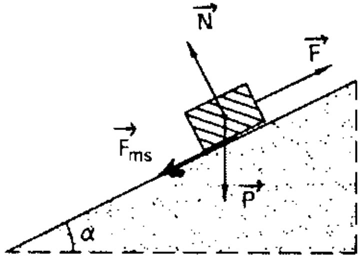
GHI CHÚ :

Có thể biến đổi :

$$a = \frac{g}{\cos\alpha}(\sin\beta.\cos\alpha - \sin\alpha.\cos\beta) = \frac{g}{\cos\alpha}\sin(\beta - \alpha).$$

$$\Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h\cos\alpha}{\sin\beta.\sin(\beta - \alpha)}}$$

18.5 * $\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{0} \Rightarrow F = mg(\sin\alpha + k\cos\alpha)$



$$k = \frac{1}{\cos\alpha}\left[\frac{F}{mg} - \sin\alpha\right] = \frac{0,2}{\sqrt{3}}$$

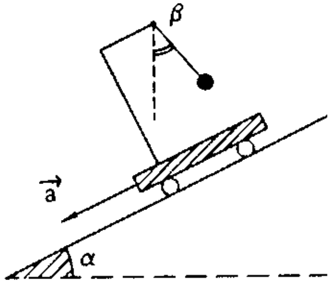
* Gia tốc :

$$a = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)$$

$$= 10\left[0,5 - \frac{0,2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

$$= 4m/s^2$$

18.6 $\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$ $(a = g\sin\alpha)$

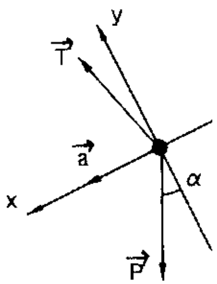


Chiếu lên hệ trục Oxy :

$$\begin{cases} T_x + P\sin\alpha = ma \Rightarrow T_x = m(a - g\sin\alpha) = 0 \\ T_y - P\cos\alpha = 0 \quad \Rightarrow T_y = mg\cos\alpha \end{cases}$$

$\vec{T}$ có hướng Oy : ⊥ mặt phăng nghiêng

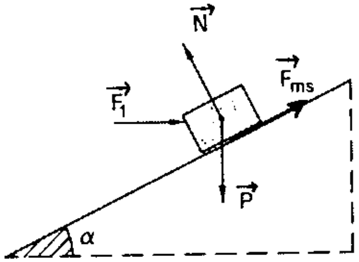
$T = T_y = mg\cos\alpha$



18.7 Khi không có lực tác dụng, vật trượt xuống.

– Đặt $\vec{F_1}$ là lực để vật bắt đầu *nằm yên không trượt xuống.*

$$\vec{F_1} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} F_{ms} = P\sin\alpha - F_1\cos\alpha \\ N = P\cos\alpha + F_1\sin\alpha \end{cases}$$

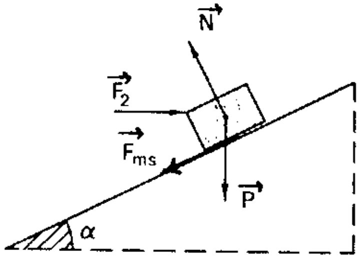
Từ điều kiện $F_{ms} \leq kN$ suy ra :

$$F_{min} = \frac{(tg\,\alpha - k)}{k tg\,\alpha + 1} mg$$

– Đặt $\vec{F_2}$ là lực để vật *bắt đầu trượt lên*

$$\vec{F_2} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_{ms} = F_2\cos\alpha - P\sin\alpha \\ N = P\cos\alpha + F_2\sin\alpha \end{cases}$$

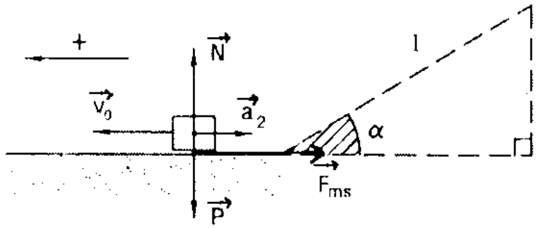


Từ điều kiện $F_{ms} \leq kN$ suy ra

$$F_{max} = \frac{(tg\,\alpha + k)}{1 - k tg\,\alpha} mg$$

18.10 – Trên mặt phẳng nghiêng :

$a_1 = g\sin\alpha = 5m$



Vận tốc đầu trên mặt phẳng ngang :

$$v_0 = \sqrt{2a_1 l} = 10m/s$$

– Trên mặt phẳng ngang :

$$a_2 = -kg = -1m/s^2$$

Suy ra quãng đường và thời gian :

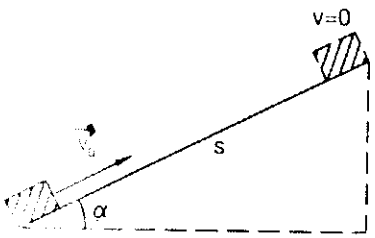
$$s = -\frac{v_0^2}{2a_2} = 50m\ ; \quad t = \frac{-v_0}{a_2} = 10s$$

18.11 – *Trượt lên* : $a_1 = -g(\sin\alpha + k\cos\alpha)$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{g(\sin\alpha + k\cos\alpha)}$$

Quãng đường trượt được :

$$s = \frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha + k\cos\alpha)}$$

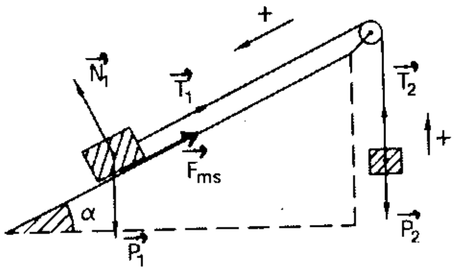


– *Trượt xuống* : $a_2 = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{v_0}{g\sqrt{\sin^2\alpha - k^2\cos^2\alpha}} \quad ; \quad \frac{t_2}{t_1} = n \Rightarrow \frac{\sin\alpha + k\cos\alpha}{\sin\alpha - k\cos\alpha} = n^2$$

Do đó : $$k = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \cdot tg\,\alpha$$

18.12



Ta có : $F_{ms} = kP_1\cos\alpha \approx 4{,}25N$

Vì $P_1\sin\alpha - F_{ms} \approx 20{,}75\ N > P_2 = 20N$

nên hệ chuyển động theo chiều m_1 *trượt xuống*.

Áp dụng định luật II Newton :

$$\begin{cases} * (m_1) : \vec{P_1} + \vec{N_1} + \vec{F}_{ms} + \vec{T_1} = m_1\vec{a_1} \\ \qquad \Rightarrow m_1 g\sin\alpha - km_1 g\cos\alpha - T = m_1 a \\ * (m_2) : \vec{P_2} + \vec{T_2} = m_2\vec{a_2} \Rightarrow -m_2 g + T = m_2 a \end{cases}$$

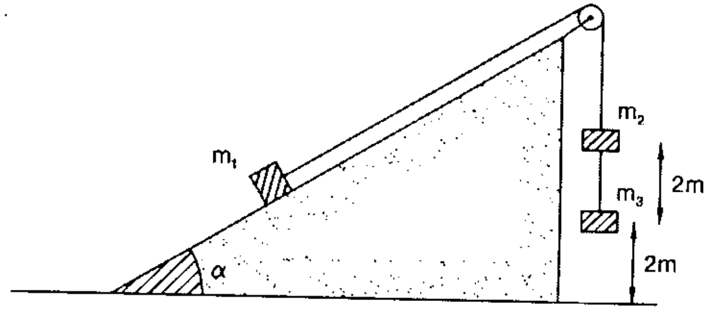
Suy ra :

$$a = \frac{[(\sin\alpha - k\cos\alpha)m_1 - m_2]g}{m_1 + m_2} \approx \mathit{0{,}107 m/s^2}$$

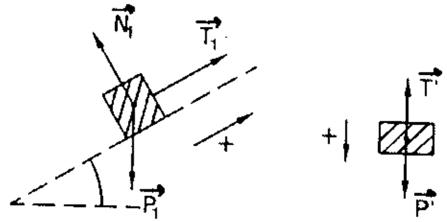
Do đó :

$$T = m_2(g + a) \approx \mathit{20{,}2N}$$

18.13



a) Trước khi m_3 chạm đất có thể coi hệ $(m_2 + m_3)$ là một vật duy nhất có khối lượng $m' = (m_2 + m_3) = 0{,}8$ kg.



$$\begin{cases} \vec{P_1} + \vec{N_1} + \vec{T_1} = m_1\vec{a_1} \\ \vec{P'} + \vec{T_2} = m'\vec{a_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T - m_1 g\sin\alpha = m_1 a_1 \\ m'g - T = m'a_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{[(m_2 + m_3) - m_1\sin\alpha]g}{m_1 + m_2 + m_3} = \mathit{1m/s^2}$$

Suy ra :

$$\begin{cases} * T = (m_2 + m_3)(g - a_1) = \mathit{7{,}2N} \\ * T_3 = m_3(g - a_1) = \mathit{1{,}8N} \\ * t = \sqrt{\dfrac{2s}{a_1}} = \mathit{2s} \end{cases}$$

b) Khi m_3 chạm đất, hệ chỉ còn m_1 và m_2. Tương tự như trên :

$$a_2 = \frac{[m_2 - m_1\sin\alpha]g}{m_1 + m_2} = 0$$: Hệ chuyển động đều với $v = 2m/s$

Suy ra :

$$\begin{cases} * \ t' = \dfrac{s}{v} = 1s \\ * \ T' = m_2 g = 6N \end{cases}$$

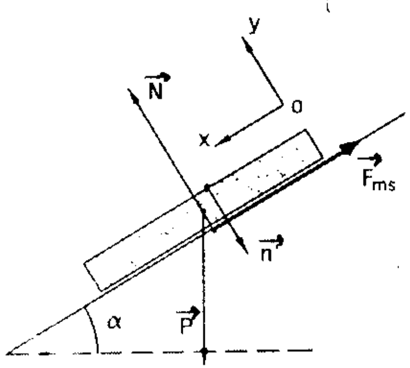
c) Khi m_2 chạm đất hệ chỉ còn m_1 trượt lên mặt phẳng nghiêng không ma sát với :

$$\left.\begin{array}{l} * \text{ gia tốc } a'_1 = -g\sin\alpha = -5ms^{-2} \\ * \text{ Vận tốc đầu } v_0 = 2ms^{-1} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \text{Thời gian : } t'' = \frac{-2v_0}{a'_1} = 0{,}8s$$

18.14 Phải có : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{n}' + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{cases} P\sin\alpha - F_{ms} = 0 \\ N - n' - P\cos\alpha = 0\,;\ F_{ms} = k(m+M)\cos\alpha g \end{cases}$$



Do đó :

$$Mg\sin\alpha = k(m+M)\cos\alpha \cdot g$$

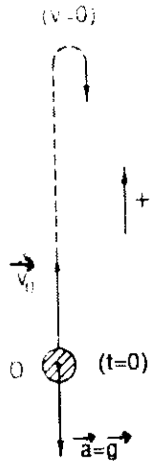
$$\Rightarrow m = \frac{(tg\,\alpha - k)M}{k}$$

19.8 Phương trình chuyển động : $x = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$.

a) $t = 4s : x = 0 \quad \Rightarrow -5 \cdot 4^2 + 4v_0 = 0$

$$\Rightarrow v_0 = 20m/s$$

b) $H = \dfrac{-v_0^2}{2a} = \dfrac{-20^2}{2(-10)} = 20m$



c) $v^2 = \sqrt{v_0^2 + 2ax}$

$$\Rightarrow \quad v = \pm\sqrt{20^2 - 2 \cdot 10 \frac{3 \cdot 20}{4}}$$

$$= \pm 10m/s$$

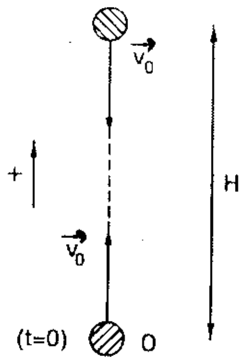
19.9 Theo đề $\Rightarrow$ thời gian bóng lên tới độ cao cực đại :

$t = 0{,}5s$

Do đó : $v_0 = gt = 9{,}8 \cdot 0{,}5 = 4{,}9m/s$

Vậy : $H = \dfrac{-v_0^2}{-2g} = \dfrac{4{,}9^2}{2 \cdot 9{,}8} = 1{,}225m$

19.13 Độ cao cực đại :



$$H = \frac{-v_0^2}{-2g} = 1{,}225m$$

Các phương trình

$$\begin{cases} x_1 = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t \\ x_2 = -\dfrac{1}{2}gt^2 - v_0 t + H \end{cases}$$

Khi gặp nhau : $x_2 = x_1$

$$\Rightarrow t = \frac{H}{2v_0} = \frac{1{,}225}{2 \cdot 4{,}9} = 0{,}125s$$

19.14 Các phương trình $\begin{cases} x_1 = -\dfrac{1}{2}g(t+0{,}5)^2 + v_0(t+0{,}5) \\ x_2 = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t \end{cases}$

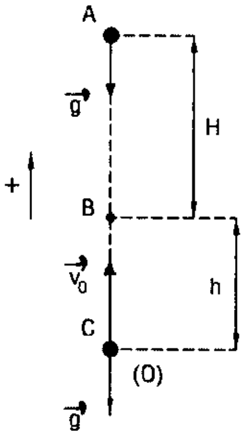
a) Gặp nhau : $x_2 = x_1 \quad \Rightarrow \quad t = 2{,}25s$

$\Rightarrow \quad x_1 = x_2 \approx 30{,}94m$

b) t_0 < thời gian chuyển động ⇒ $t_0 \leq 5s$

19.15 a) Các phương trình :

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2}gt^2 + (H+h) \\ x_2 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \end{cases}$$



– Gặp nhau ở B : $x_2 = x_1 = h$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow v_0 = \frac{H+h}{2H}\sqrt{2gH}$$

– Độ cao tối đa :

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(H+h)^2}{4H}$$

– Với H = h :

$$v_0 = \sqrt{2gH} \ ; \ h_{max} = H = h$$

b) h là độ cao cực đại lên tới; $h = \frac{v_0^2}{2g}$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh}$$

Các thời gian để mỗi vật tới B $\begin{cases} t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \\ t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{cases}$

Do đó :

$$t_0 = t_1 - t_2 = \frac{\sqrt{2H} - \sqrt{2h}}{\sqrt{g}}$$

[$t_0 > 0$: vật (2) *phóng đi sau*; $t_0 < 0$: vật (2) *phóng đi trước*]

19.16 Xét chuyển động *tương đối* :

– Gia tốc : $\vec{a}_{12} = \vec{g} - \vec{g} = \vec{0}$

– Vận tốc đầu tương đối :

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \overrightarrow{const}$$

Chuyển động tương đối là ***thẳng đều***

19.17 Các phương trình của vectơ vận tốc :

$$\vec{v}_1 = \vec{g}t + \vec{v}_0 \quad ; \quad \vec{v}_2 = \vec{g}(t-2) + \vec{v}_0$$

a) Suy ra :

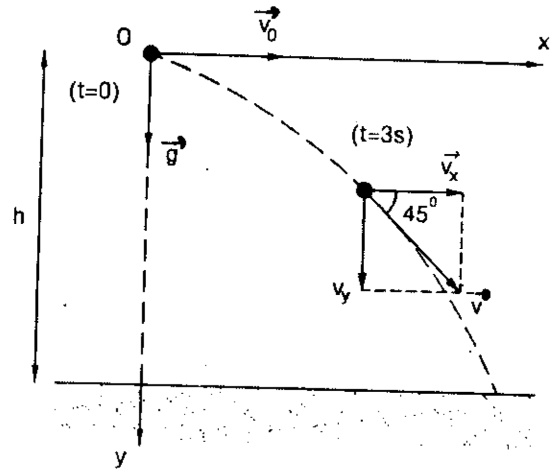
$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -2\vec{g} \Rightarrow |\vec{v}_{21}| = 20m/s$$

b) Phương trình của chuyển động tương đối :

$$x = |\vec{v}_{21}|(t-2) = 20(t-2) \text{ (m)}$$

[với ($t \geq 2s$)]

19.21



Áp dụng phương pháp tọa độ với hệ trục Oxy

$$\vec{a} = \vec{g} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} ; \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

a) Ta có :

$$\begin{cases} v_x = v_0 = const \\ v_y = gt \end{cases}$$

$t = 3s : v_y = v_x \Rightarrow v_0 = gt = 30m/s$

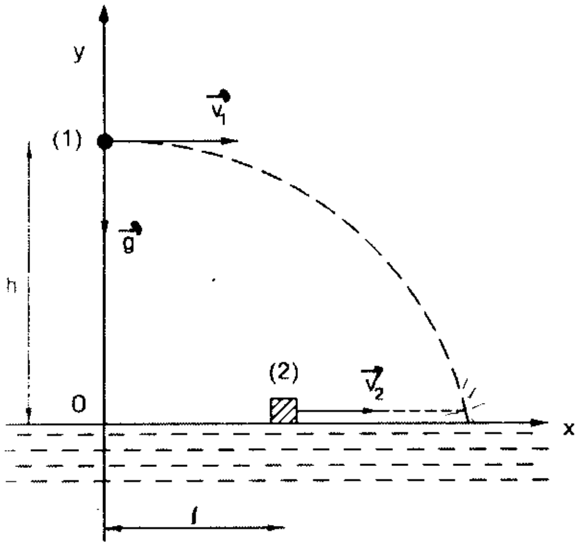
b) Chạm đất : $y = h \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 = h \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 4s$

Khi đó :

$$x_{max} = v_0 t = 120m; \; v_y = gt = 40m/s$$

$$\Rightarrow \quad |\vec{v}| = \sqrt{v_y^2 + v_x^2} = 50m/s$$

19.22



Bom là vật *ném ngang* ở độ cao h. Ap dụng phương pháp tọa độ với hệ trục Oxy

a) *Trường hợp 1 :*

$$(1) \begin{cases} x_1 = v_1 t \\ y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases} ; \qquad (2) \begin{cases} x_2 = v_2 t + l \\ y_2 = 0 \end{cases}$$

Khi bom trúng tàu : $x_2 = x_1$; $\quad y_2 = y_1$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2}gt^2 + h = 0 & \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ v_1 t = v_2 t + l & \Rightarrow l = (v_1 - v_2)t \end{cases}$$

Do đó : $\quad l = (v_1 - v_2)\sqrt{\frac{2h}{g}}$

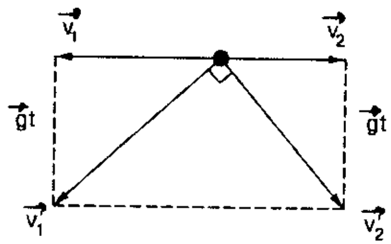
b) *Trường hợp 2 :*

Giải tương tự $\Rightarrow l = (v_1 + v_2)\sqrt{\frac{2h}{g}}$

19.23 $\vec{v}' = \vec{v} + \vec{g}t$

Sau thời gian t các vectơ vận tốc là .

$$\begin{cases} \vec{v'}_1 = \vec{v}_1 + \vec{g}t \\ \vec{v'}_2 = \vec{v}_2 + \vec{g}t \end{cases}$$



Nếu $\vec{v'}_1 \perp \vec{v'}_2$ ta suy ra :

$$\vec{v'}_1 . \vec{v'}_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad (\vec{v}_1 + \vec{g}t)(\vec{v}_2 + \vec{g}t) = 0$$

$$\Rightarrow \quad g^2t^2 - v_1v_2 = 0 \quad \Rightarrow t = \frac{\sqrt{v_1 v_2}}{g}$$

20.8 a) – Ở điểm cao nhất :

$$\vec{P} + \vec{N_1} = m\,\vec{a_1} \quad \Rightarrow N_1 = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$$

$$\Rightarrow N'_1 = N_1 = 2775N$$

– Ở điểm thấp nhất :

$$\vec{P} + \vec{N_2} = m\,\vec{a_2} \quad \Rightarrow N_2 = m\left(\frac{v^2}{R} + g\right)$$

$$\Rightarrow N'_2 = N_2 = 3975N$$

b) Phải có :

$$N'_1 = 0 \Rightarrow v' = \sqrt{gR} \approx 63{,}2m/s$$

20.9 Gờ bánh không nén lên thành đường ray khi có :

$$F_{ht} = N\sin\alpha = mg\sin\alpha\,.\cos\alpha$$

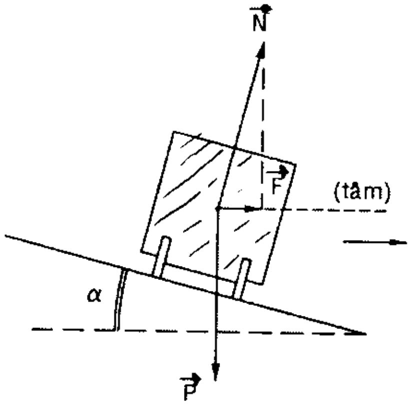
Với $\mathrm{tg}\,\alpha \approx \sin\alpha \Rightarrow \cos\alpha \approx 1$

Do đó :

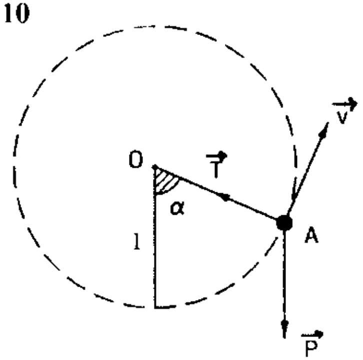
$$g\sin\alpha = \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{gR\sin\alpha}\ ;\ \sin\alpha = \frac{1}{14}$$

$$\Rightarrow v = 20m/s = 72km/h$$



20.10

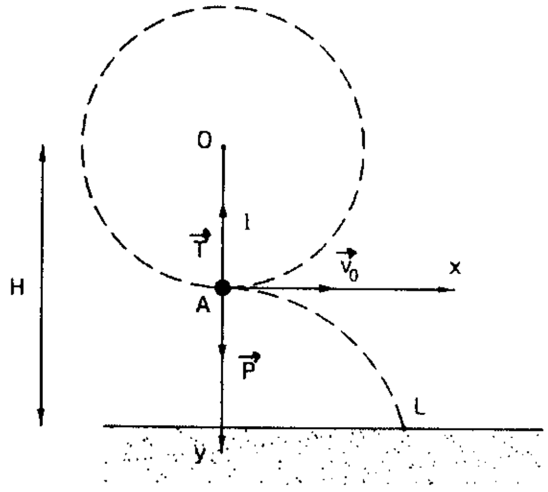


$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow T - P\cos\alpha = m\frac{v^2}{l}$$

Suy ra :

$$T = m\left(g\cos\alpha + \frac{v^2}{l}\right) = 0{,}75N$$

20.11 Trong hệ trục AXY :



$$x = v_0t\ ;\ y = \frac{1}{2}gt^2$$

Thời gian chuyển động :

$$t = \sqrt{\frac{2(H - l)}{g}} = \frac{1}{\sqrt{5}}s$$

Suy ra :

$$v_0 = \frac{L}{t} = 4\sqrt{5}m/s$$

Sắp đứt : $\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow T = m\left(g + \frac{v_0^2}{l}\right)$$

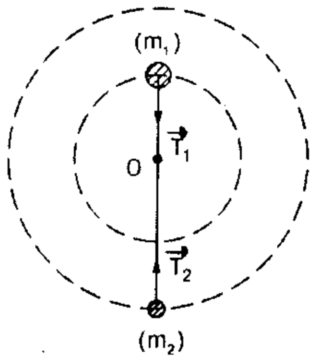
$$= 9N$$

20.12 Khi hai quả cầu đứng yên so với trục ngang, chúng có chuyển động *tròn đều* với cùng vận tốc góc ω.

Các lực hướng tâm là *lực căng* của dây nối.

Do đó :

$$m_1\omega^2 l_1 = m_2\omega^2 l_2$$

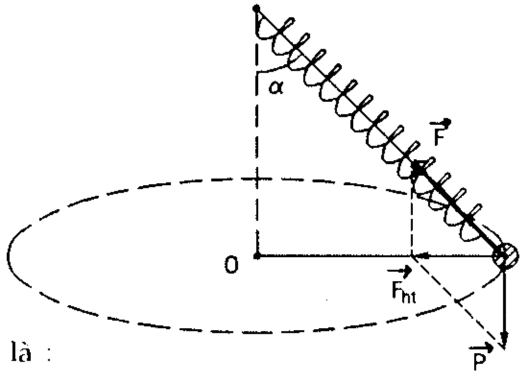


$$\Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Nhưng : $l_1 + l_2 = l \Rightarrow l_1 = \frac{l}{3} = 4cm;\ l_2 = 8cm$

20.14 Vật chuyển động *tròn đều* trên đường tròn bán kính

$R = l\sin\alpha$.



* $F = \dfrac{P}{\cos\alpha} = \dfrac{mg}{\cos\alpha}$

$\Rightarrow \Delta l = \dfrac{F}{k} \approx 5{,}6\text{cm}$

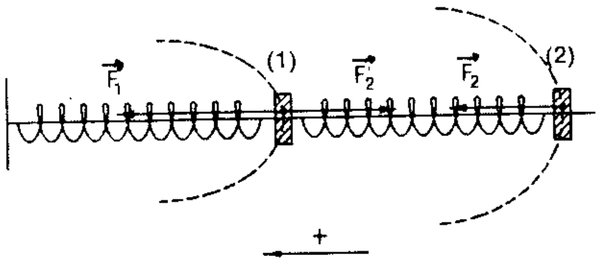
Do đó, chiều dài của lò xo là :

$l = l_0 + \Delta l \approx$ ***41,6cm***

* $F_{ht} = P = m\omega^2 R \Rightarrow n = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l\sin\alpha}} \approx 0{,}93$ vòng/giây

≈ ***55,8 vòng/phút***

20.15



Hai vật (1) và (2) chuyển động *tròn đều* với cùng vận tốc góc ω.

Định luật II Newton cho :

$\vec{F_1} + \vec{F'_2} = m\,\vec{a_1}$;

$\vec{F_2} = m\vec{a_2}$

Trên trục hướng tâm :

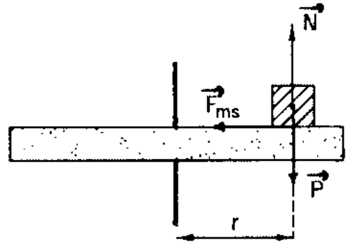
$$\begin{cases} F_1 - F'_2 = m\omega^2(l_0 + \Delta l_1) \\ F_2 = m\omega^2(2l_0 + \Delta l_1 + \Delta l_2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k(\Delta l_1 - \Delta l_2) = 4\pi^2 n^2 m(l_0 + \Delta l_1) \\ k\Delta l_2 = 4\pi^2 n^2 m(2l_0 + \Delta l_1 + \Delta l_2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (k - 4\pi^2 n^2 m)\Delta l_1 - k\Delta l_2 = 4\pi^2 n^2 m l_0 \\ (k - 4\pi^2 n^2 m)\Delta l_2 - 4\pi^2 n^2 m(\Delta l_1) = 8\pi^2 n^2 m l_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta l_1 \approx 21\text{cm} \\ \Delta l_2 \approx 14\text{cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l_1 \approx 57\text{cm} \\ l_2 \approx 50\text{cm} \end{cases}$$

20.16 Nếu vật không trượt trên đĩa, nó chuyển động *tròn đều*. Lực hướng tâm là lực *ma sát nghỉ*.



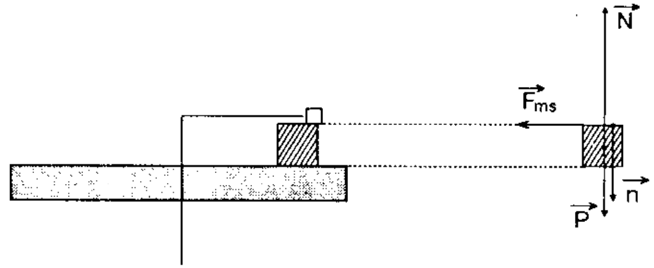
$\Rightarrow m\omega^2 r < kmg$

Suy ra :

$$k > \frac{4\pi^2 n^2 r}{g}$$

$\Rightarrow k >$ ***0,2***

20.17



Xét vật M khi chưa trượt trên đĩa. Lý luận tương tự bài **20.16** ta có :

$$M\omega^2 R \le kn' = kmg$$

Khi *bắt đầu* trượt, lực ma sát là ma sát trượt.

Do đó :

$$\omega = \sqrt{\frac{kmg}{MR}}$$

20.18 – Khi số vòng quay là n_1 : Lực hướng tâm là lực ma sát nghỉ cực đại :

$$m\omega_1^2 l_0 = F_{ms}$$

– Khi số vòng quay là n_2 : Lực hướng tâm là tổng lực của *lực đàn hồi* và lực ma sát nghỉ cực đại.

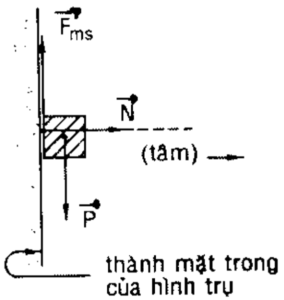
$$kl_0 + F_{ms} = 2m\omega_2^2 l_0$$

Suy ra :

$$k = 4\pi^2 m(2n_2^2 - n_1^2) \approx \mathit{182N/m}$$

20.19 Vật không trượt dọc thành hình trụ nên ta có :

$$F_{ms} = P = mg$$



Với vận tốc *nhỏ nhất*, có thể coi là ma sát trượt :

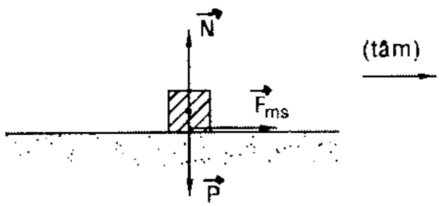
$$F_{ms} = kN \; ; \; N = F_{ht} = m\frac{v^2}{R}$$

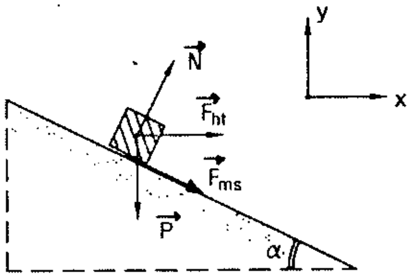
Do đó :

$$k\frac{v^2}{R} = g \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gR}{k}} = 10m/s$$

$$= \mathit{36km/h}$$

20.20





Với vận tốc *tối đa*, có thể coi $F_{ms} \approx kN$

– Trên *đường ngang* lực hướng tâm là lực ma sát :

$$F_{ms} = kN = kmg = m\frac{v_1^2}{R} \Rightarrow v_1 = \sqrt{kgR}$$

– Trên *đường nghiêng* góc α :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$$

Chiếu lên hệ trục xy :

$$N + kN\cos\alpha = m\frac{v_2^2}{R} \; ; \; N\cos\alpha - kN\sin\alpha = mg$$

Suy ra :

$$\frac{mg}{\cos\alpha - k\sin\alpha}[\sin\alpha + k\cos\alpha] = m\frac{v_2^2}{R}$$

$$\Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{\frac{gR(\sin\alpha + k\cos\alpha)}{\cos\alpha - k\sin\alpha}}$$

Vậy : $$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\sin\alpha + k\cos\alpha}{k(\cos\alpha - k\sin\alpha)}}$$

21.4 Trong hệ qui chiếu *không quán tính* gắn với phòng quay :

$$\vec{N} + \vec{F}_q = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad N = F_q = m\omega^2 R = 4\pi^2 n^2 mR$$

Theo đề : $N' = mg \quad \Rightarrow \quad 4\pi^2 n^2 R = g$

Do đó : $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R}} \approx 0{,}417$ vòng/giây = *25 vòng/phút*

21.5 Trong hệ quy chiếu không quán tính gắn với ghế ta có đối với người :

$$\vec{P}_n + \vec{F} + \vec{N}' + \vec{F}_q = \vec{0} \text{ với } \vec{F}_q = -m_n\vec{a}$$

($\vec{a}$: gia tốc của ghế và người trong hệ qui chiếu *quán tính*).

Nhưng đối với ghế :

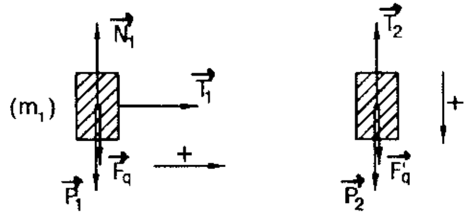
$$\vec{P}_g + \vec{F} + \vec{N} = m_g\vec{a}$$

Suy ra :

$$a = \frac{2N - (m_n - m_g)g}{m_n - m_g} = \frac{10}{3}m/s^2 \approx 3{,}3m/s^2$$

21.6 Áp dụng định luật II Newton cho mỗi vật đối với *hệ quy chiếu "bàn"* :

$$\begin{cases} \vec{T}_1 + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_q = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{T}_2 + \vec{P}_2 + \vec{F}'_q = m_2\vec{a}_2 \end{cases}$$



Chiếu lên các trục và xử lý các giá trị đại số

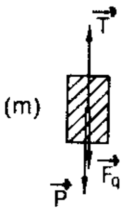
$$\Rightarrow \quad a_1 = a_2 = a = 12m/s^2$$

Áp dụng công thức *cộng gia tốc* :

$$\vec{a}'_1 = \vec{a}_1 + \vec{a}_0 \quad \Rightarrow a'_1 = 13m/s^2$$

$$\vec{a}'_2 = \vec{a}_2 + \vec{a}_0 \quad \Rightarrow a'_2 = 7m/s^2$$

21.7



Áp dụng định luật II Newton cho mỗi vật đối với *hệ quy chiếu "thang máy"* :

$$\begin{cases} \vec{T}_1 + \vec{P}_1 + \vec{F}_q = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{T}_2 + \vec{P}_2 + \vec{F}'_q = m_2\vec{a}_2 \end{cases};$$

Vì : $\vec{T}_1 = \vec{T}_2$ và $\vec{a}_1 = -\vec{a}_2 \Rightarrow \vec{a}_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)\vec{g} + (m_2 - m_1)\vec{a}_0}{m_1 + m_2}$

Cộng gia tốc : $\vec{a}'_1 = \vec{a}_1 + \vec{a}_0 = \dfrac{(m_1 - m_2)\vec{g} + 2m_2\vec{a}_0}{m_1 + m_2}$

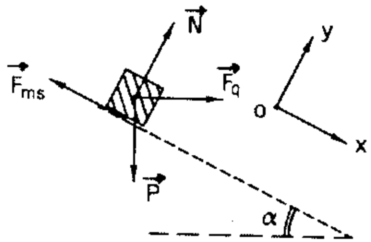
$$\Rightarrow \quad a'_1 = \frac{2m_2a_0 + (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{a}'_2 = \vec{a}_2 + \vec{a}_0 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{g} + 2m_1\vec{a}_0}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \quad a'_2 = \frac{2m_1a_0 + (m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}$$

Suy ra : $T = \dfrac{2m_1m_2(g + a_0)}{m_1 + m_2}$

21.8 Áp dụng định luật II Newton cho chuyển động của vật trên mặt nêm.



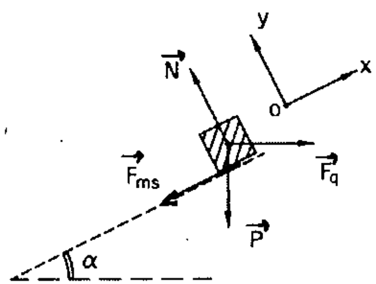
$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_q = m\vec{a}$; chiếu lên hệ trục xy.

$$\Rightarrow a = g(\sin\alpha - k\cos\alpha) + a_0(\cos\alpha + k\sin\alpha)$$

Từ phương trình $s = \dfrac{1}{2}at^2$, tính được :

$$t = \sqrt{\frac{2l}{g(\sin\alpha - k\cos\alpha) + a_0(\cos\alpha + k\sin\alpha)}}$$

21.9 Áp dụng định luật II Newton cho chuyển động của vật trên mặt nêm.

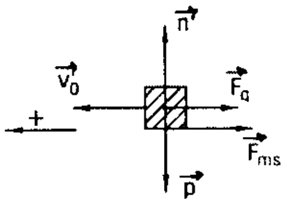


$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_q = m\,\vec{a}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_q\cos\alpha - P\sin\alpha - F_{ms} > 0 \\ N - P\cos\alpha - F_q\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

Suy ra : $a > \dfrac{(\sin\alpha + k\cos\alpha)g}{\cos\alpha - k\sin\alpha}$

21.10 Xét chuyển động của vật M trong hệ *quy chiếu quán tính* để tìm gia tốc của chuyển động chậm dần đều :



$$|\vec{a}_1| = \frac{kmg}{M}$$

Xét chuyển động của m đối với M (*hệ quy chiếu không quán tính*).

$$\vec{p} + \vec{n} + \vec{F}_q + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_2 = -(kg + |\vec{a}_1|).$$

Quãng đường trượt trên vật M :

$$s = \frac{-v_0'^2}{2a_2} = \frac{v_0^2}{2kg\left(1 + \frac{m}{M}\right)}.$$

Phải có $s \geq l$

$$\Rightarrow \quad v_0 \geq \sqrt{2kg\left(1 + \frac{m}{M}\right)l}$$

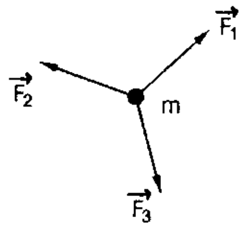
PHẦN THỨ BA

TĨNH HỌC

§14. CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN KHÔNG CÓ CHUYỂN ĐỘNG QUAY QUANH MỘT TRỤC

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Cân bằng của chất điểm :

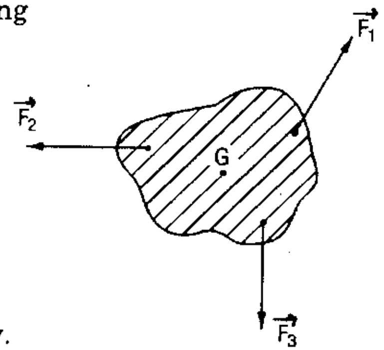


$$\boxed{\sum \vec{F}_i = \vec{0}}$$

II. Cân bằng của vật rắn không có chuyển động quay quanh một trục :

$$\boxed{\sum \vec{F}_G = \vec{0}}$$

($\sum \vec{F}_G$: tổng các lực ngoài tác dụng vào vật, được tịnh tiến về khối tâm)



III. Các hệ quả :

1. Quy tắc hợp lực đồng quy :

Trượt các lực tới điểm đồng quy.

Xác định hợp lực theo quy tắc *cộng các vectơ lực.*

2. Quy tắc hợp lực song song :

** Hợp lực của hai lực song song cùng chiều có :*

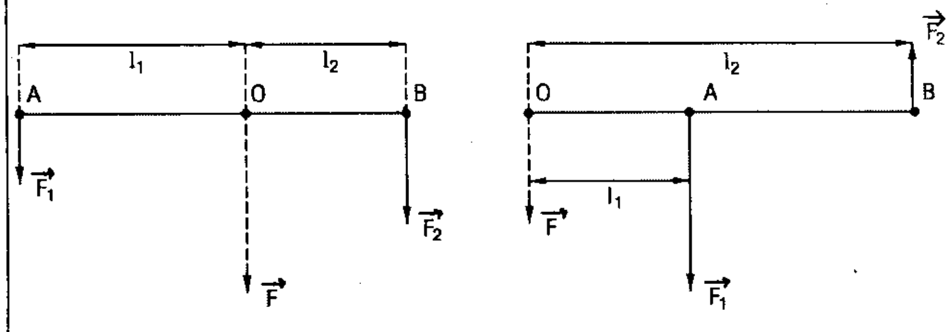
– phương *song song* với hai lực.

– *cùng chiều* với hai lực.

– độ lớn bằng *tổng độ lớn* hai lực : $F = F_1 + F_2$

– giá *chia trong* đoạn thẳng nối hai giá của lực thành phần theo tỉ số *tỉ lệ nghịch* với hai lực.

$$\boxed{\frac{\overrightarrow{OA}}{\overrightarrow{OB}} = -\frac{\vec{F}_2}{\vec{F}_1} \text{ hay } \frac{F_2}{F_1} = \frac{l_1}{l_2}}$$



** Hợp lực của hai lực song song ngược chiều có :*

– phương *song song* với hai lực.

– *cùng chiều* với lực lớn.

– độ lớn bằng *hiệu độ lớn* hai lực : $F = |F_1 - F_2|$

– giá *chia ngoài* đoạn thẳng nối hai giá của lực thành phần theo tỉ số *tỉ lệ nghịch* với hai lực.

$$\boxed{\frac{\overrightarrow{OA}}{\overrightarrow{OB}} = -\frac{\vec{F}_2}{\vec{F}_1} \text{ hay } \frac{F_2}{F_1} = \frac{l_1}{l_2}}$$

** Tọa độ của khối tâm (trọng tâm)*

Gọi $\vec{R}_i$ là *bán kính vectơ* từ O đến một chất điểm m_i. Người ta chứng minh được khối tâm của hệ chất điểm $m_1, m_2, ..., m_n$ xác định bởi :

$$\boxed{\vec{R} = \frac{\sum m_i\vec{R}_i}{\sum m_i} = \frac{m_1\vec{R}_1 + m_2\vec{R}_2 + \ldots + m_n\vec{R}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}}$$

Hình chiếu trên các trục tọa độ :

$$\boxed{x = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \; ; \; y = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \; ; \; z = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}}$$

B. GIẢI TOÁN

BÀI TOÁN 22

Xác định hợp lực - Xác định vị trí khối tâm

■ Phương pháp :

• HỢP LỰC ĐỒNG QUY CÂN BẰNG :

Ta khảo sát điều kiện cân bằng của một vật rắn là chất điểm hoặc một vật rắn mà các lực tác dụng lên vật có giá đồng quy tại một điểm.

Trình tự khảo sát như sau :

– *Xác định vật cân bằng cần khảo sát. Đó là vật chịu tác dụng của tất cả các lực đã cho và cần tìm.*

– *Phân tích lực tác dụng lên vật.*

– *Viết phương trình cân bằng lực :* $\sum\vec{F} = \vec{0}$

– *Giải phương trình vectơ. Có thể sử dụng một trong các phương pháp sau :*

** Phương pháp cộng vectơ theo quy tắc hình bình hành.*

* *Phương pháp* đa giác lực khép kín : *khi vẽ các vectơ lực liên tiếp nhau, ngọn của vectơ cuối trùng với gốc của vectơ đầu. Các vectơ tạo thành một hình đa giác. Trường hợp đơn giản nhất ta có một tam giác.*

* *Phương pháp* chiếu phương trình vectơ *lên các trục tọa độ để đưa về phương trình đại số.*

Trong chương trình, ta chỉ khảo sát hệ lực đồng phẳng nên ta chỉ xét phương trình hình chiếu trên hai trục tọa độ Ox, Oy, thường là vuông góc *nhau.*

$$\sum F_x = 0,$$
$$\sum F_y = 0.$$

Hai phương pháp trên thường chỉ được sử dụng khi có 3 lực khác phương tác dụng lên vật. Phương pháp thứ ba có thể sử dụng trong mọi trường hợp, có hiệu quả giải toán mạnh.

CHÚ Ý : Một vật rắn cân bằng, chịu tác dụng của n lực. Nếu hợp của (n – 1) lực đi qua điểm O thì lực còn lại cũng phải có giá đi qua điểm O.

• HỢP LỰC SONG SONG :

Sử dụng quy tắc hợp lực song song đã học :

$$\boxed{\frac{F_2}{F_1} = \frac{l_1}{l_2}}$$

Nếu $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ *cùng chiều* : $\boxed{\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 \\ l &= l_1 + l_2 \end{aligned}}$

Nếu $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ *ngược chiều* ($F_1 > F_2$) : $\boxed{\begin{aligned} F &= F_1 - F_2 \\ l &= l_2 - l_1 \end{aligned}}$

(l là khoảng cách giữa hai điểm đặt)

• XÁC ĐỊNH TRỌNG TÂM CỦA VẬT RẮN :

Đưa về bài toán xác định trọng tâm của một hệ thống chất điểm.

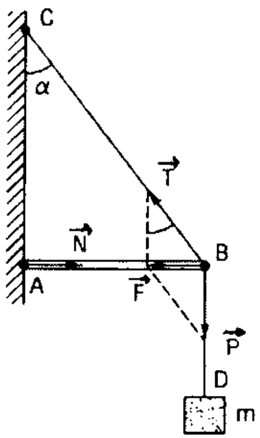
– *Trọng tâm của hệ thống hai chất điểm được xác định bằng quy tắc* hợp lực song song cùng chiều.

– *Trọng tâm của hệ thống nhiều chất điểm được xác định bằng công thức* tọa độ trọng tâm.

Thí dụ 22.1

> Thanh nhẹ AB nằm ngang được gắn vào tường tại A, đầu B nối với tường bằng dây BC không dãn.
>
> Vật có khối lượng m = 1,2kg được treo vào B bằng dây BD. Biết AB = 20cm, AC = 48cm.
>
> Tính lực căng của dây BC và lực nén lên thanh AB.

GIẢI



Lực tác dụng lên thanh AB khi thanh cân bằng :

Lực căng của dây BD (bằng trọng lực $\vec{P}$ của vật m); *lực căng* $\vec{T}$ của dây BC; lực đàn hồi $\vec{N}$ của tường tại A.

Điều kiện cân bằng :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = \vec{0}$$

Vì $\vec{P}$ và $\vec{T}$ đồng quy tại B nên $\vec{N}$ có chiều hướng từ A đến B.

Hợp lực $\vec{F} = \vec{P} + \vec{T}$ có cùng giá, ngược chiều, cùng độ lớn với $\vec{N}$.

Đặt $\alpha = \widehat{ACB}$, ta có :

$$\cos\alpha = \frac{P}{T} = \frac{mg}{T}$$

$$\cos\alpha = \frac{CA}{CB} = \frac{CA}{\sqrt{CA^2 + AB^2}} = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$$

$$\Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{1,2.10}{\frac{12}{13}} = 13N$$

$$tg\,\alpha = \frac{F}{P} = \frac{F}{mg} \quad \Rightarrow \quad tg\,\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$$

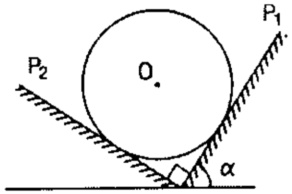
$$\Rightarrow F = mg\,.\,tg\,\alpha = 1,2\,.\,10\,.\,\frac{5}{12} = 5N$$

Lực nén lên 2 đầu thanh AB là : N = F = 5N

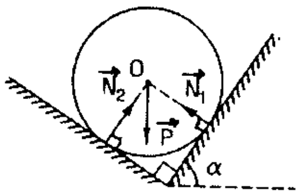
Thí dụ 22.2

Quả cầu *đồng chất* khối lượng m = 6kg nằm tựa trên hai mặt phẳng nghiêng trơn, *vuông góc* nhau như hình vẽ.

Tìm lực nén của quả cầu lên mỗi mặt nghiêng. Biết $\alpha = 60^o$.



GIẢI



Lực tác dụng lên quả cầu :

Trọng lực $\vec{P}$, lực đàn hồi $\vec{N_1}$, $\vec{N_2}$ của hai mặt phẳng nghiêng. Các lực này đồng quy tại tâm O của quả cầu.

Điều kiện cân bằng :

$$\vec{P} + \vec{N_1} + \vec{N_2} = \vec{0}$$

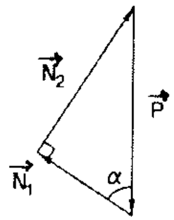
Các lực tạo thành một *tam giác lực.*

Góc tạo bởi $\vec{P}$ và $\vec{N_1}$ bằng α (góc có cạnh tương ứng vuông góc); góc tạo bởi $\vec{N_1}$ và $\vec{N_2}$ bằng 90^o.

Ta suy ra :

$$N_1 = P\,.\cos\alpha = mg\,.\cos 60^o = 30\sqrt{3}N$$

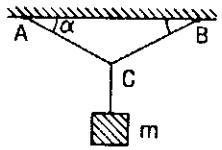
$$N_2 = P\,.\sin\alpha = mg\,.\sin 60^o = 30N$$



Theo định luật III Newton, ta suy ra lực do quả cầu nén lên các mặt phẳng nghiêng là :

$$\begin{cases} N'_1 = N_1 \approx 52N \\ N'_2 = N_2 = 30N \end{cases}$$

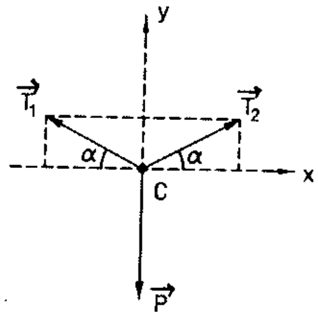
Thí dụ 22.3



Vật có khối lượng m = 1,7kg được treo tại trung điểm C của dây AB như hình vẽ.

Tìm lực căng của dây AC, BC theo α. Áp dụng với $\alpha = 30^o$ và $\alpha = 60^o$. Trường hợp nào dây dễ bị đứt hơn ?

GIẢI



Lực tác dụng lên m (và đoạn dây treo thẳng đứng) :

Trọng lực $\vec{P}$, lực căng $\vec{T_1}$ của dây AC và lực căng T_2 của dây BC. Các lực đồng quy ở C.

Điều kiện cân bằng :

$$\vec{P} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = \vec{0} \qquad (1)$$

Chiếu (1) lên Cx và Cy :

$$\begin{cases} -T_1\,.\cos\alpha + T_2\,.\cos\alpha = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 \\ T_1\,.\sin\alpha + T_2\,.\sin\alpha - P = 0 \end{cases}$$

Từ hai phương trình hình chiếu, ta suy ra lực căng của dây AC, BC :

$$T_1 = T_2 = \frac{mg}{2.\sin\alpha}$$

$$\begin{cases} \text{Khi } \alpha = 30^o : T_1 = T_2 = \mathbf{17N} \\ \text{Khi } \alpha = 60^o : T_1 = T_2 \approx \mathbf{10N} \end{cases}$$

Ta thấy khi α *càng nhỏ* thì T_1 và T_2 *càng lớn* và dây càng dễ bị đứt.

Thí dụ 22.4

Xác định hợp lực $\vec{F}$ của hai lực song song $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đặt tại A, B biết $F_1 = 2N$, $F_2 = 6N$, AB = 4cm.

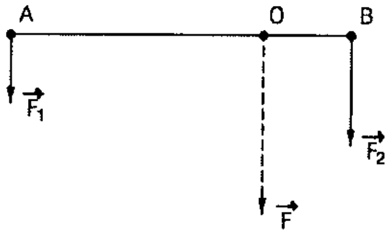
Xét trường hợp hai lực :

a) cùng chiều

b) ngược chiều.

GIẢI

Gọi O là giao điểm của giá hợp lực $\vec{F}$ với AB.



a) *Hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ cùng chiều :*

Điểm đặt O trong khoảng AB. Ta có :

$$\begin{cases} \dfrac{OA}{OB} = \dfrac{F_2}{F_1} = 3 \\ OA + OB = AB = 4cm \end{cases}$$

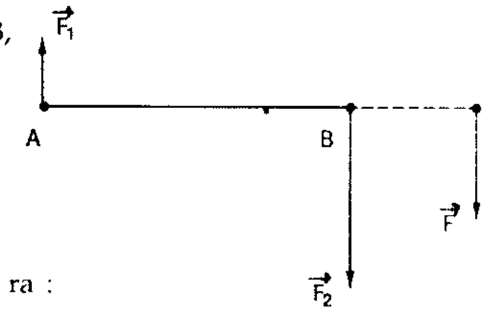
Giải hai phương trình, ta suy ra :

$$OA = \mathit{3cm}; \quad OB = \mathit{1cm}$$

Vậy $\vec{F}$ có giá qua O cách A 3cm, cách B 1cm, cùng chiều với $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ và có độ lớn F = *8N*

b) *Hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ ngược chiều :*

Điểm đặt O ngoài khoảng AB, gần B (vì $F_2 > F_1$) :



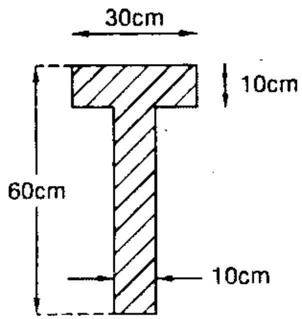
$$\begin{cases} \dfrac{OA}{OB} = \dfrac{F_2}{F_1} = 3 \\ OA - OB = AB = 4cm \end{cases}$$

Giải hai phương trình, ta suy ra :

$$OA = \mathit{6cm}; \quad OB = \mathit{2cm}$$

Vậy $\vec{F}$ có giá đi qua O cách A 6cm, cách B 2cm, cùng chiều với $\vec{F}_2$, và có độ lớn F = *4N*

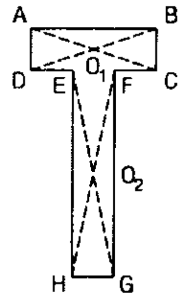
Thí dụ 22.5



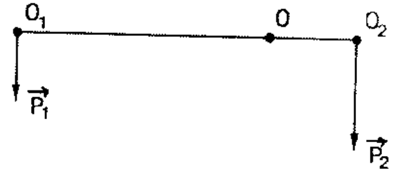
Xác định vị trí trọng tâm của bản mỏng đồng chất trong hình bên.

GIẢI

Ta chia bản mỏng ra thành hai phần ABCD và EFGH, mỗi phần có dạng hình chữ nhật. Trọng tâm của các phần này nằm tại O_1, O_2 (giao điểm các đường chéo của hình chữ nhật).



Gọi trọng tâm của bản là O, là điểm đặt của hợp các trọng lực $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ của hai phần hình chữ nhật.



Theo quy tắc hợp lực song song cùng chiều :

$$\frac{OO_1}{OO_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{m_2}{m_1}$$

Bản đồng chất, khối lượng tỉ lệ với diện tích :

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{50.10}{30.10} = \frac{5}{3}$$

Ngoài ra : $O_1O_2 = OO_1 + OO_2 = \frac{60}{2} = 30cm$

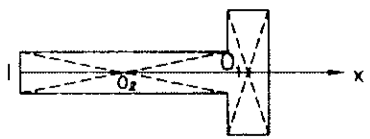
Từ các phương trình trên, ta suy ra :

$$OO_1 = 18{,}75cm \; ; \; OO_2 = 11{,}25cm$$

Vậy trọng tâm O của bản nằm trên trục đối xứng của bản, cách đáy :

$11{,}25 + 25 = $ *36,25cm*

CHÚ Ý :



Ta cũng có thể xác định O theo công thức *tọa độ trọng tâm.*

Trọng tâm O của bản nằm trên trục đối xứng Ix.

Tọa độ trọng tâm O :

$$x = IO = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

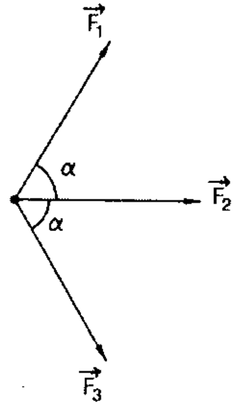
Trong đó : $\begin{cases} x_1 = IO_1 = 55cm \\ x_2 = IO_2 = 25cm \\ \frac{m_2}{m_1} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{5}{3} \text{ hay } m_2 = \frac{5}{3}m_1 \end{cases}$

Suy ra : $x = IO = \dfrac{m_1 . 55 + \frac{5}{3} . m_1 . 25}{m_1 + \frac{5}{3} . m_1} = 36{,}25cm$

Trọng tâm O của bản ở cách I : *36,25cm*

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP :

• HỢP LỰC ĐỒNG QUY CÂN BẰNG



22.6 Ba lực đồng phẳng như hình vẽ bên,

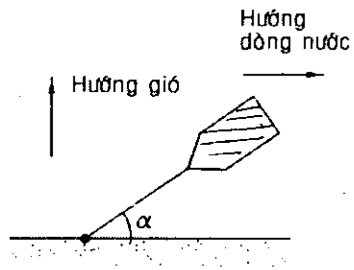
$F_1 = F_2 = F_3 = 10N$; $\alpha = 60°$.

Tìm hợp lực của chúng.

ĐS : F = 20N; $\vec{F}$ cùng hướng $\vec{F_2}$

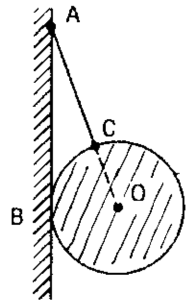
22.7 Vật có cân bằng không nếu chịu tác dụng của 3 lực đồng phẳng, cùng độ lớn F và góc tạo bởi hai lực kế tiếp nhau là 120° ?

22.8



Thuyền nằm yên bên bờ sông như hình vẽ. Biết $\alpha = 60°$, lực căng của dây là T = 100N. Tìm lực do gió và nước tác dụng lên thuyền.

ĐS : 87N; 50N



22.9 Quả cầu khối lượng m = 2,4kg, bán kính R = 7cm tựa vào tường *trơn nhẵn* và được giữ nằm yên nhờ một dây treo gắn vào tường tại A, chiều dài AC = 18cm. Tính lực căng của dây và lực nén của quả cầu lên tường.

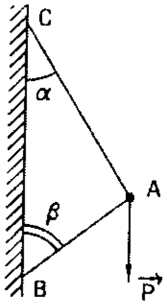
ĐS : 25N, 7N

22.10 Vật nặng m chuyển động thẳng đều trên mặt phẳng ngang nhờ hai dây kéo nằm trong mặt phẳng ngang và hợp với nhau góc α không đổi.

Lực kéo đặt vào mỗi dây là F. Tìm hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang.

$$ĐS: k = \frac{2F\cos\frac{\alpha}{2}}{mg}$$

22.11

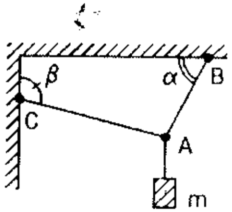


Các thanh nhẹ AB, AC nối với nhau và với tường nhờ các bản lề. Tại A tác dụng lực thẳng đứng P = 1000 N.
Tìm lực đàn hồi của các thanh nếu $\alpha = 30^o$, $\beta = 60^o$.

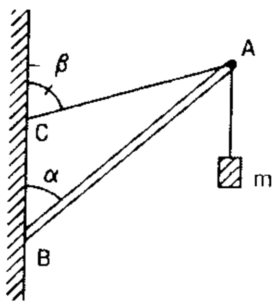
ĐS: 500N; 867N

22.12 Vật có khối lượng m = 2kg treo trên trần và tường bằng các dây AB, AC. Xác định lực căng của các dây biết $\alpha = 60^o$, $\beta = 135^o$.

ĐS: 14,6N; 10,4N



22.13



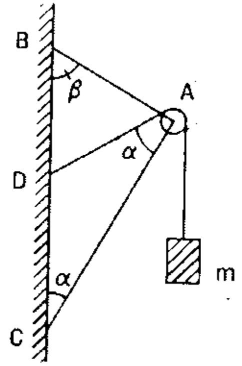
Vật m = 20kg được giữ vào tường nhờ dây treo AC và thanh nhẹ AB. Cho $\alpha = 45^o$, $\beta = 60^o$.
Tìm lực căng của dây AC và lực đàn hồi của thanh AB.

ĐS: 546 N; 669N

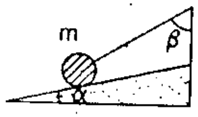
22.14 Cho hệ cân bằng như hình vẽ, AB và AC là các thanh nhẹ gắn vào tường bằng bản lề B, C và nối với ròng rọc A. Dây treo m vắt qua ròng rọc A và gắn vào tường ở D. Cho m = 200kg, $\alpha = 30^o, \beta = 60^o$.

Tìm lực đàn hồi trong các thanh AB, AC.

ĐS: 0; 3464N



22.15



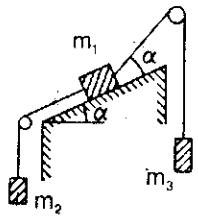
Quả cầu đồng chất m = 3kg được giữ trên mặt phẳng nghiêng *trơn* nhờ một dây treo như hình vẽ. Biết $\alpha = 30^o$, lực căng của dây $T = 10\sqrt{3}$N. Tìm β và lực nén của quả cầu lên mặt phẳng nghiêng.

ĐS: $\beta = 30^o$; $N = 10\sqrt{3}$ N ≈ 17,3N

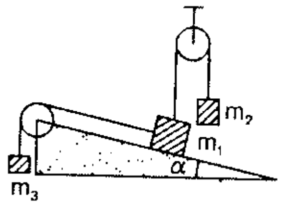
22.16 Cho hệ cân bằng như hình vẽ.

Tìm m_1 và lực nén của m_1 lên sàn nếu $m_3 = 2m_2 = 4$kg và $\alpha = 30^o$. Bỏ qua ma sát.

ĐS: m_1 = 2,9kg; N = 5,4N



22.17

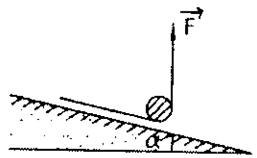


Cho hệ cân bằng như hình vẽ, $m_1 = 3$kg; $m_2 = 1$kg, $\alpha = 30^o$. Bỏ qua ma sát.

Tìm m_3 và lực nén của m_1 lên sàn.

ĐS: 1kg; 17,3N

22.18 Trên mặt phẳng nghiêng ($\alpha = 30^o$) có một hình trụ khối lượng m. Trụ được giữ yên nhờ một dây luồn qua nó, một đầu buộc



chặt vào mặt nghiêng, đầu kia kéo thẳng đứng lên bằng lực $\vec{F}$.

Tìm F.

ĐS : $\frac{mg}{3}$

22.19 Mặt phẳng nghiêng chiều dài l = 13m, chiều cao h = 5m. Muốn giữ một vật khối lượng m = 5kg đứng yên trên mặt phẳng nghiêng, ta phải tác dụng lên vật lực đẩy $\vec{F}$. Hệ số ma sát giữa vật và mặt nghiêng là k = 0,1.

Tìm F nếu :

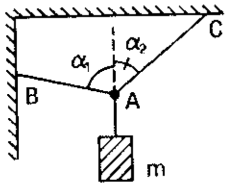
a) $\vec{F}$ song song với mặt nghiêng.

b) $\vec{F}$ song song với mặt ngang.

ĐS : a) *14,6N*
b) *15,2N*

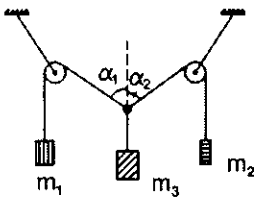
22.20 Cho hệ cân bằng như hình vẽ. Các lực căng của dây T_{AB} = 80N, T_{AC} = 96N, góc BAC = 60^o.

Tìm m và α_1, α_2.



ĐS : $\alpha_1 = 33^o$; $\alpha_2 = 27^o$; $m = 15,3kg$

22.21



Cho hệ cân bằng như hình vẽ. Tìm α_1, α_2 nếu :

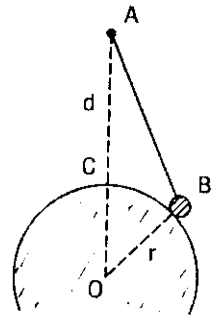
a) m_1 = 15kg; m_2 = 20kg, m_3 = 25kg.

b) $m_1 = \sqrt{6}$kg ; m_2 = 2 kg, $m_3 = (\sqrt{3} + 1)$kg.

ĐS : a) 53^o, 37^o
b) 45^o, 60^o

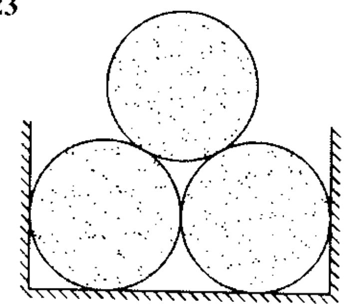
22.22 Viên bi khối lượng m = 100g treo vào điểm cố định A nhờ dây AB và nằm trên mặt cầu nhẵn tâm O bán kính r = 10cm. Khoảng cách từ A đến mặt cầu là AC = d = 15cm; chiều dài dây AB = l = 20cm, đoạn AO thẳng đứng.

Tìm lực căng của dây và lực do quả cầu nén lên mặt cầu.



ĐS : *0,8N; 0,4N*

22.23

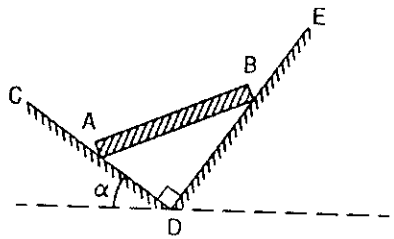


Ba khối trụ cùng trọng lượng 120N giống nhau đặt nằm như hình. Tính lực nén của mỗi ống dưới lên đất và lên tường giữ chúng. Bỏ qua ma sát.

ĐS : *180N; 34,6N*

22.24 Thanh đồng chất AB, trọng lượng P tựa trên hai mặt nghiêng trơn như hình vẽ. CD ⊥ DE, CD hợp với phương ngang góc $\alpha < 45^o$.

Tìm góc nghiêng của AB so với phương ngang khi cân bằng và áp lực trên các mặt nghiêng.



ĐS : $(90^o - 2\alpha)$; $P\cos\alpha$; $P\sin\alpha$

• HỢP LỰC SONG SONG :

22.25 a) Hai lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ song song cùng chiều đặt tại hai đầu thanh AB có hợp lực $\vec{F}$ đặt tại O cách A 12cm, cách B 8cm và có độ lớn F = 10N. Tìm F_1, F_2.

b) Hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ song song ngược chiều đặt tại A, B có hợp lực $\vec{F}$ đặt tại O với OA = 8cm; OB = 2cm; F = 10,5N. Tìm F_1, F_2.

ĐS : a) *4N; 6N*
b) *3,5N; 14N*

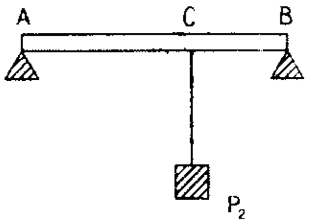
22.26 Thanh nhẹ AB nằm ngang chiều dài l = 1m, chịu tác dụng của ba lực song song *cùng chiều* và *vuông góc* với thanh : F_1 = 20N, F_3 = 50N ở hai đầu thanh và F_2 = 30N ở chính giữa thanh.

a) Tìm độ lớn và điểm đặt của hợp lực.

b) Suy ra vị trí đặt giá đỡ để thanh cân bằng và lực nén lên giá đỡ.

ĐS : a) *100N; AI = 0,65m*
b) *tại I; N′ = 100N*

22.27



Thanh AB trọng lượng P_1 = 100N, chiều dài l = 1m, trọng lượng vật nặng P_2 = 200N tại C, AC = 60cm. Dùng quy tắc hợp lực song song :

a) tìm hợp lực của P_1 và P_2.

b) tìm lực nén lên hai giá đỡ ở hai đầu thanh.

ĐS : a) $P = 300N;\ IA = \frac{170}{3} cm \approx 56,7cm$
b) *130N; 170N*

22.28* Hệ số ma sát k giữa bánh xe phát động của ô tô và mặt đường phải có giá trị nhỏ nhất bao nhiêu để ô tô khối lượng 2 tấn chở 4 tấn hàng có thể chuyển động với gia tốc a = 0,2m/s^2 ?

Biết chỉ có các bánh sau là *bánh phát động* và coi khối tâm ô tô nằm giữa khoảng cách hai trục bánh, khối tâm của hàng nằm trên trục sau.

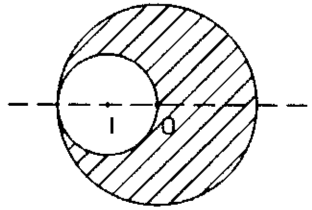
ĐS : 0,024

22.29* Một bàn vuông nhẹ có bốn chân giống nhau. Nếu đặt vật có trọng lượng quá 2P ở đúng giữa bàn thì chân bàn gẫy. Tìm các điểm có thể đặt vật trọng lượng P mà chân bàn không gẫy.

*Hướng dẫn : **dùng phương pháp tọa độ.***

• XÁC ĐỊNH TRỌNG TÂM CỦA VẬT RẮN

22.30



Xác định vị trí trọng tâm của bản mỏng là đĩa tròn tâm O bán kính R, bản bị khoét một lỗ tròn bán kính $\frac{R}{2}$ như hình.

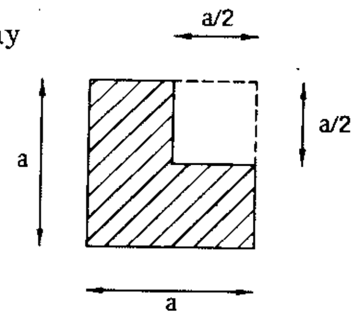
ĐS : cách O đoạn $\frac{R}{6}$.

22.31 Giải lại bài toán 22.30 cho biết phần bị khoét có bán kính $r < \frac{R}{2}$ và có tâm I cách O đoạn $\frac{R}{2}$.

ĐS : $|x_G| = \frac{r^2R}{2(R^2 - r^2)}$

22.32 Một bản mỏng phẳng, đồng chất, bề dày đều có dạng như hình vẽ.
Xác định vị trí trọng tâm của bản.

ĐS : $x_G = y_G = \frac{5a}{12}$

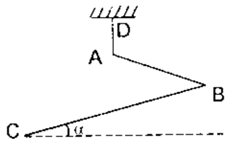


22.33 Có 5 quả cầu nhỏ trọng lượng P, 2P, 3P, 4P, 5P gắn lần lượt trên một thanh nhẹ, khoảng cách giữa hai quả cầu cạnh nhau là l.

Tìm vị trí trọng tâm của hệ.

ĐS : Cách P đoạn $\frac{8l}{3}$

22.34* Thanh đồng chất ABC có tiết diện nhỏ, góc B = 60° treo cân bằng trên dây AD. Tính góc α tạo bởi BC và phương ngang biết BC = 2AB.



ĐS : 19°

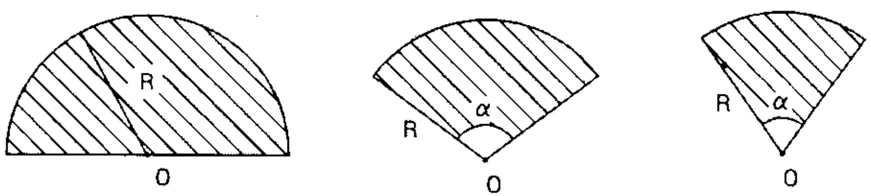
22.35* Xác định vị trí khối tâm của các vật đồng chất sau :

a) Đoạn dây nửa đường tròn bán kính R.

b) Bản bán nguyệt bán kính R.

c) Đoạn dây hình cung tròn bán kính R, góc α.

d) Bản hình quạt tròn bán kính R, góc α.

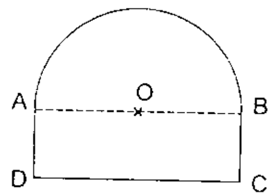


ĐS : a) $OG = \frac{2R}{\pi}$ b) $OG = \frac{4R}{3\pi}$; c) $OG = \frac{2R\sin\frac{\alpha}{2}}{\alpha}$

d) $OG = \frac{4R\sin\frac{\alpha}{2}}{3\alpha}$

22.36* Bản mỏng *đồng chất* cấu tạo từ hình bán nguyệt AOB bán kính R và hình chữ nhật cạnh AD = h

Xác định tỉ số $\frac{h}{R}$ để trọng tâm của bản nằm tại O.



ĐS : $\frac{\sqrt{2}}{3} \approx 0{,}47$

§15. CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN CÓ TRỤC QUAY CỐ ĐỊNH

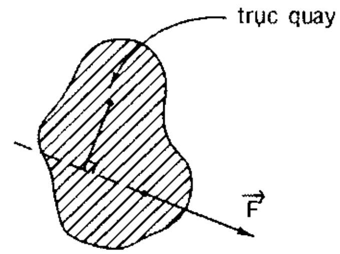
A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Momen lực

$$\mathcal{M} = F.d$$

Đơn vị :

- F : newton (N)
- d : mét (m)
- $\mathcal{M}$: newton−mét (Nm)



II. Quy tắc momen

Khi vật có thể quay quanh một trục giữ chặt nhưng lại đứng yên *cân bằng*, tổng các momen lực làm quay vật theo một chiều bằng tổng các momen lực làm quay vật theo chiều ngược lại.

$$\sum \mathcal{M} = \sum \mathcal{M}'$$

CHÚ Ý : Quy tắc momen cũng được áp dụng cho cả trường hợp vật không có trục quay cố định nhưng có trục quay tạm thời, tùy theo vị trí của vật và thời điểm khảo sát.

III. Điều kiện cân bằng của vật quay

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$
$$\sum \mathcal{M} = \sum \mathcal{M}'$$
$$v_0 = 0; \ \omega_0 = 0$$

B. GIẢI TOÁN

BÀI TOÁN 23

Áp dụng quy tắc momen - Khảo sát cân bằng của vật có thể quay quanh trục cố định

■ Phương pháp :

• QUY TẮC MOMEN

Khi một vật có thể quay quanh một trục cố định nhưng lại đứng yên cân bằng, vật sẽ tuân theo quy tắc momen. Khi áp dụng quy tắc momen, ta cần xác định đầy đủ các lực tác dụng lên vật. Quy tắc momen có thể vận dụng theo một trong hai cách :

– *Tổng các momen làm quay vật theo một chiều bằng tổng các momen làm quay vật theo chiều ngược lại :*

$$\sum \mathcal{M} = \sum \mathcal{M}'$$

– *Tổng đại số các momen lực bằng không :*

$$\sum \mathcal{M} = 0$$

Nếu lực làm vật quay quanh trục theo ngược chiều kim đồng hồ : $\mathcal{M} = Fd$
Nếu lực làm vật quay quanh trục theo chiều kim đồng hồ : $\mathcal{M} = -F.d$

• CÂN BẰNG CỦA VẬT QUAY

Trình tự thông thường khi khảo sát điều kiện cân bằng của vật quay quanh một trục.

– *Xác định các lực tác dụng lên vật. Trong chương trình ta chỉ gặp các lực đồng phẳng.*

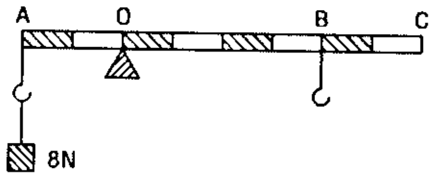
– *Tổng lực :* $\sum \vec{F} = \vec{0}$

Suy ra :
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 & (1) \\ \sum F_y = 0 & (2) \end{cases}$$

– *Tổng momen :* $\sum \mathcal{M} = \sum \mathcal{M}'$ *(3)*

Hệ thống các phương trình (1), (2), (3) cho phép ta xác định tối đa 3 ẩn của bài toán.

Thí dụ 23.1



Cho hệ như hình vẽ : thanh AC đồng chất có trọng lượng 3N.

Tìm trọng lượng phải treo tại B để hệ cân bằng.

GIẢI

Các lực tác dụng lên thanh AC :

– *Trọng lượng* $\vec{P}_1, \vec{P}_2$ của các vật treo tại A, B;

– *Trọng lượng* $\vec{P}$ của thanh tại trung điểm I;

– *Lực đàn hồi* $\vec{N}$ của giá đỡ tại O.

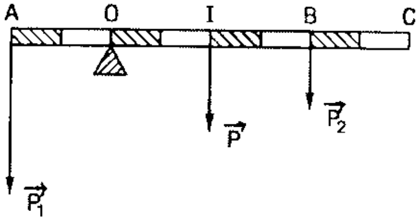
Thanh AC cân bằng đối với trục quay ở O .

$$\mathcal{M}_{\vec{P}_1/O} = \mathcal{M}_{\vec{P}/O} + \mathcal{M}_{\vec{P}_2/O} \quad (\mathcal{M}_{\vec{N}/O} = 0)$$

$$P_1.OA = P.OI + P_2.OB$$

Suy ra :

$$P_2 = \frac{P_1.OA - P.OI}{OB}$$



$$P_2 = \frac{8.2 - 3.2}{4} = 2{,}5N.$$

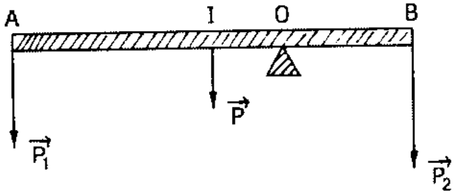
Thí dụ 23.2

Thanh đồng chất AB = 1,2m, trọng lượng P = 10N.

Người ta treo các trọng vật P_1 = 20N, P_2 = 3N lần lượt tại A, B và đặt một giá đỡ tại O để thanh cân bằng.

Tính OA.

GIẢI :



Giả sử giá đỡ đặt tại O trong khoảng IB, I là trung điểm AB.

Các lực tác dụng lên AB : các *trọng lượng* $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}$ đặt tại A, B, I, *lực đàn hồi* $\vec{N}$ của giá đỡ O.

Khi AB cân bằng, ta áp dụng quy tắc momen đối với trục quay O. (momen của $\vec{N}$ đối với trục quay O bằng không) :

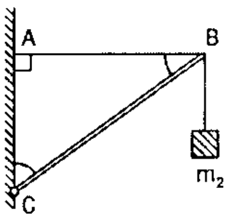
$$\mathcal{M}_{P_1} + \mathcal{M}_P = \mathcal{M}_{P_2}$$

$$P_1 . OA + P . OI = P_2 . OB$$

$$P_1 . OA + P(OA - AI) = P_2 (AB - OA)$$

Suy ra : $OA = \dfrac{P_2 . AB + P . AI}{P_1 + P_2 + P} = 0{,}7m$

Thí dụ 23.3



Thanh BC khối lượng m_1 = 2kg, gắn vào tường bởi bản lề C. Đầu B treo vật nặng có khối lượng m_2 = 2kg và được giữ cân bằng nhờ dây AB. A được cột chặt vào tường. Biết AB ⊥ AC, AB = AC.

Xác định các lực tác dụng lên thanh BC.

GIẢI

* Lực tác dụng lên thanh BC :

– *Trọng lực* $\vec{P}_1$ của thanh : $P_1 = m_1 g$ = 20N

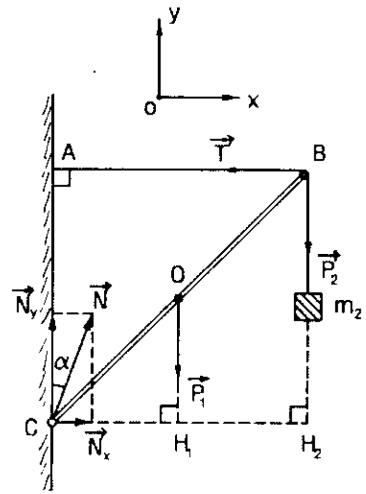
– *Lực căng* cua dây treo m_2, bằng trọng lực $\vec{P}_2$ của m_2.

$$P_2 = m_2 g = 20N$$

– *Lực căng* $\vec{T}$ của dây AB.

– *Lực đàn hồi* $\vec{N}$ của bản lề C.

Khi thanh BC cân bằng, các lực $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{T}$ *không đồng quy* tại một điểm trên thanh nên lực $\vec{N}$ cũng không nằm dọc theo thanh BC. Ta phân tích $\vec{N}$ ra thành hai thành phần $\vec{N}_x$, $\vec{N}_y$ để khảo sát.



* Áp dụng quy tắc momen đối với trục C :

$$\mathcal{M}_T = \mathcal{M}_{P_1} + \mathcal{M}_{P_2}$$

$$T . CA = P_1 . CH_1 + P_2 . CH_2$$

$$T.CA = P_1 \frac{AB}{2} + P_2 . AB$$

Vì AC = AB : $T = \dfrac{P_1}{2} + P_2 = 30N$

* Tổng lực : $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{T} + \vec{N} = \vec{0}$ (1)

Chiếu (1) lên Ox : $-T + N_x = 0 \Rightarrow N_x = T = 30N$

Chiếu (1) lên Oy :

$-P_1 - P_2 + N_y = 0 \Rightarrow N_y = P_1 + P_2 = 40N$

Suy ra : $N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = 50N$

Gọi α là góc hợp bởi $\vec{N}$ với tường.

Ta có : $\quad tg\,\alpha = \dfrac{N_x}{N_y} = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$

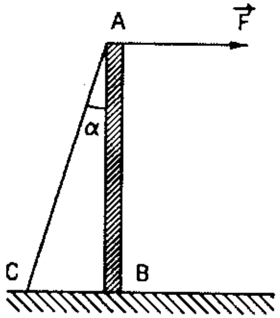
Suy ra : $\quad \alpha \approx 37^o$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP :

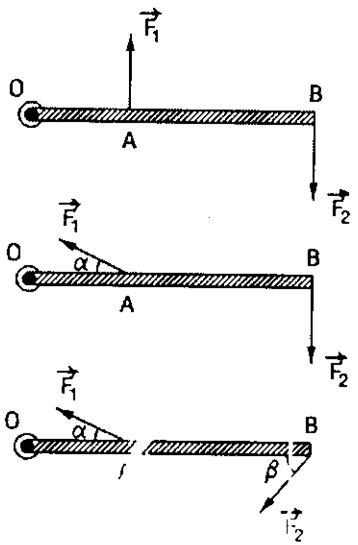
• QUY TẮC MOMEN

23.4 Một thanh nhẹ gắn vào sàn tại B. Tác dụng lên đầu A lực kéo F = 100N theo phương ngang. Thanh được giữ cân bằng nhờ dây AC. Áp dụng quy tắc momen tìm lực căng của dây. Biết $\alpha = 30^o$.

ĐS : *200N*



23.5



Thanh nhẹ OB có thể quay quanh O. Tác dụng lên thanh các lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ đặt tại A và B. Biết F_1 = 20N, OA = 10cm, AB = 40cm. Thanh cân bằng, $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ hợp với AB các góc α, β.

Tìm F_2 nếu :

a) $\alpha = \beta = 90^o$

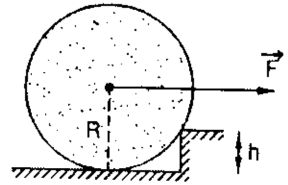
b) $\alpha = 30^o$; $\beta = 90^o$

c) $\alpha = 30^o$; $\beta = 60^o$

ĐS : a) *4N;*
b) *2N;*
c) *2,3N.*

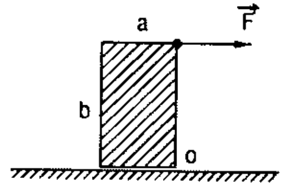
23.6 Bánh xe có bán kính R, khối lượng m.

Tìm lực kéo F nằm ngang đặt trên trục để bánh vượt qua bậc có độ cao h. Bỏ qua ma sát.



ĐS : $F > \dfrac{mg\sqrt{2Rh - h^2}}{R - h}$

23.7



Tìm lực F cần để làm quay vật hình hộp đồng chất m = 10kg quanh O như hình vẽ.
Biết a = 50cm, b = 100cm.

ĐS : *F > 25N*

23.8 Thanh gỗ đồng chất AB, khối lượng 20kg có thể quay quanh A. Ban đầu thanh nằm ngang trên sàn. Tác dụng lên B lực nâng $\vec{F}$ (luôn vuông góc với AB). Tìm F để có thể :

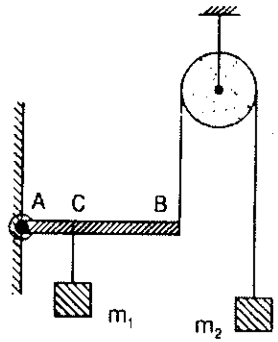


a) nâng AB khỏi sàn.

b) giữ AB nghiêng góc 30^o so với mặt sàn.

ĐS : a) *100N*
b) *86,7N*

23.9 Thanh AB (m = 100g) có thể quay quanh A được bố trí như hình :
m_1 = 500g, m_2 = 150g, BC = 20cm.



Tìm chiều dài AB, biết thanh cân bằng

ĐS : 25cm

23.10 Treo bốn vật nặng *cách đều nhau* vào một thanh đồng chất (dài 3m; m = 6kg) trong đó hai vật ngoài cùng nằm ở hai đầu thanh. Vật nặng đầu tiên bên trái có khối lượng m_1 = 2kg, mỗi vật tiếp theo lớn hơn vật trước 1kg.

Cần phải treo thanh tại điểm cách đầu trái một khoảng bao nhiêu để thanh cân bằng ?

ĐS : 1,75m

23.11 Thanh đồng chất đặt trên bàn ngang, nhô $\frac{1}{4}$ chiều dài thanh khỏi bàn. Treo vào đầu thanh nhô ra một vật trọng lượng P'. Khi P' = 300N thì thanh bắt đầu nghiêng và mất cân bằng.

Tìm trọng lượng thanh.

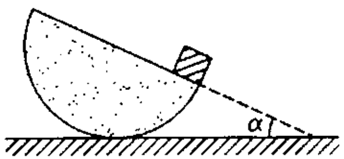
ĐS : 300N

23.12 Dùng cân đòn để cân một vật. Vì cánh tay đòn của cân *không* thật bằng nhau nên khi đặt vật ở đĩa cân bên này ta cân được 40g nhưng khi đặt vật sang đĩa cân kia ta cân được 44,1g.

Tìm khối lượng đúng của vật.

ĐS : 42g

23.13



Bán cầu đồng chất khối lượng 100g. Trên mép bán cầu đặt một vật nhỏ khối lượng 7,5g. Hỏi mặt phẳng của bán cầu sẽ nghiêng góc α bao nhiêu khi có cân bằng biết rằng trọng tâm bán cầu ở cách mặt phẳng của bán cầu một đoạn $\frac{3R}{8}$ (R là bán kính mặt bán cầu).

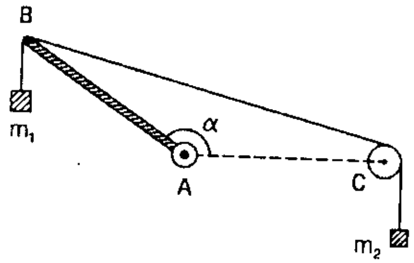
ĐS : 11°

23.14 Gió thổi vào xe theo hướng vuông góc với thành bên của xe với vận tốc V. Xe có khối lượng m = 10^4kg, chiều cao 2b = 2,4m, chiều ngang 2a = 2m, chiều dài l = 8m. Áp suất gió tính bởi công thức $p = \rho V^2$ với ρ = 1,3kg/m^3 là khối lượng riêng của không khí.

Tìm V để xe bị lật ngã.

ĐS : 58m/s

23.15



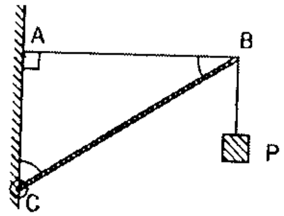
Thanh đồng chất AB có thể quay quanh bản lề A. Hai vật có các khối lượng m_1 = 1kg, m_2 = 2kg được treo vào B bằng hai sợi dây như hình vẽ. (C là ròng rọc nhẹ). Biết AB = AC, khối lượng thanh là 2kg.

Tính α khi hệ cân bằng.

ĐS : 120°

• CÂN BẰNG CỦA VẬT QUAY :

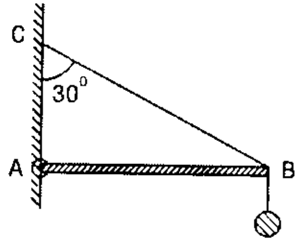
23.16 Thanh BC nhẹ, gắn vào tường bởi bản lề C. Đầu B treo vật nặng có khối lượng m = 4kg và được giữ cân bằng nhờ dây treo AB. Cho AB = 30cm, AC = 40cm.



Xác định các lực tác dụng lên BC.

ĐS : P = 40N; T = 30N; N = 50N

23.17



Một ngọn đèn khối lượng m = 4kg được treo vào tường bởi dây BC và thanh AB. Thanh AB gắn vào tường bằng bản lề A, $\hat{C} = \alpha = 30^\circ$.

1. Tìm các lực tác dụng lên thanh AB, nếu :

a) bỏ qua khối lượng thanh.

b) khối lượng thanh AB là 2kg.

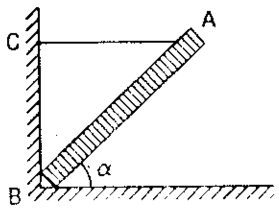
2. Khi tăng góc α thì lực căng dây BC tăng hay giảm ?

ĐS : 1.a) *T = 46,2N; N = 23,1N*

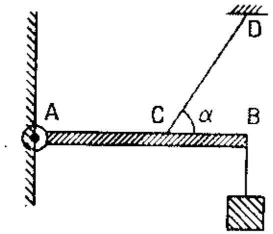
b) *T = 57,7N; N = 30,6N*

23.18 Thanh AB khối lượng m = 1,5kg; đầu B dựng vào góc tường, đầu A nối với dây treo AC, góc $\alpha = 45^\circ$. Tìm các lực tác dụng lên thanh.

ĐS : $N_1 = 15N$; $N_2 = T = 7,5N$



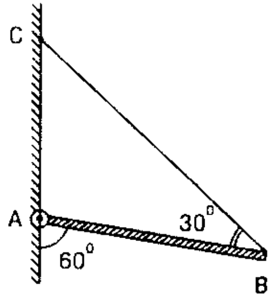
23.19



Thanh AB khối lượng m_1 = 10kg, chiều dài l = 3m gắn vào tường bởi bản lề A. Đầu B của thanh treo vật nặng m_2 = 5kg. Thanh được giữ cân bằng nằm ngang nhờ dây treo CD; góc $\alpha = 45^\circ$. Tìm các lực tác dụng lên thanh AB biết AC = 2m.

ĐS : *T = 212N; N = 150N.*

23.20



Thanh đồng chất AB có m = 2kg, gắn vào tường nhờ bản lề A và giữ nghiêng góc 60° với tường nhờ dây BC tạo với AB góc 30°. Xác định độ lớn và hướng *lực đàn hồi* của bản lề đặt lên AB.

ĐS : *10N; nghiêng 60° với tường.*

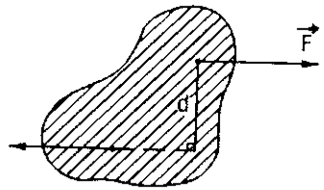
§ 16. ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG TỔNG QUÁT CỦA VẬT RẮN

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Ngẫu lực :

$$\mathcal{M} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d}$$

($\mathcal{M}$: momen của ngẫu lực đối với trục quay bất kì vuông góc với mặt phẳng ngẫu lực).



II. Điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn :

– Hệ lực bất kì tác dụng lên vật rắn tương đương với :

- một *tổng lực* $\sum \vec{F}$ đặt tại G
- một *ngẫu lực*

– Điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn :

$$\sum\vec{F} = \vec{0}$$
$$\sum\mathcal{M} = 0$$
$$v_0 = 0, \omega_0 = 0$$

($\sum\mathcal{M}$: tổng đại số các momen đối với một trục quay bất kì)

B. GIẢI TOÁN :

BÀI TOÁN 24

Cân bằng tổng quát của vật rắn – Chuyển động đơn giản của vật rắn

■ Phương pháp :

* CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN

Trình tự khảo sát bài toán cân bằng của một vật rắn bất kì (có hay không có trục quay cố định) :

– *Xác định vật cân bằng cần khảo sát, thường là vật chịu tác dụng của những lực đã cho và cần tìm.*

– *Phân tích lực tác dụng lên vật.*

– *Viết phương trình cân bằng :*

$$\sum\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 & (1) \\ \sum F_y = 0 & (2) \end{cases}$$
$$\sum\mathcal{M} = \sum\mathcal{M}' \quad (3)$$

– *Giải hệ thống phương trình, ta tìm ra được các ẩn số của bài toán.*

CHÚ Ý :

* Phương của hệ trục tọa độ Oxy được chọn sao cho việc giải toán được đơn giản, *không nhất thiết* phải vuông góc nhau.

* Trục được dùng để tính momen lực có thể được chọn bất kì, thường là trục có nhiều lực chưa biết đi qua để phương trình được đơn giản.

* SƠ LƯỢC VỀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

Chuyển động bất kì của vật rắn được coi như tổng hợp của hai chuyển động : tịnh tiến *cùng với khối tâm và* quay quanh khối tâm.

Vài điều chú ý khi giải toán :

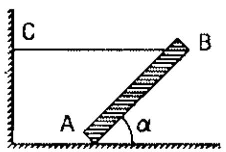
– *Vật chỉ chuyển động tịnh tiến : tổng momen lực đối với khối tâm bù trừ lẫn nhau.*

– *Xe chạy trên đường vòng, trong xiếc môtô : hợp lực tác dụng của mặt đường có giá đi qua* khối tâm.

– *Bánh xe lăn trên mặt đường : tổng các lực tác dụng theo phương vuông góc với mặt đường* bằng không.

Thí dụ 24.1

Thanh AB có khối lượng m = 1,5kg, đầu A tựa trên sàn nhám, đầu B nối với tường bằng dây BC nằm ngang, góc $\alpha = 60^\circ$.



a) Tính các lực tác dụng lên thanh.

b) Biết hệ số ma sát giữa AB và sàn là $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm các giá trị α để thanh có thể cân bằng. Biết dây BC luôn nằm ngang.

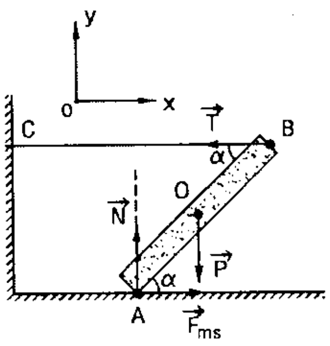
GIẢI

a) Lực tác dụng lên thanh AB :

– *trọng lực* $\vec{P}$

– *lực đàn hồi* $\vec{N}$ và *lực ma sát nghỉ* $\vec{F}_{ms}$ của mặt đường

– *lực căng* $\vec{T}$ của dây.



Thanh AB cân bằng :

– Đối với trục đi qua A :

$$\mathcal{M}_T = \mathcal{M}_P$$

$$\Rightarrow T \,.\, AB \,.\, \sin\alpha = P \,.\, \frac{AB}{2} \,.\, \cos\alpha$$

$$T = \frac{1}{2} \,.\, mg \,.\, \text{cotg}\,\alpha \approx 4{,}3N$$

– Tổng lực

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{T} = \vec{0} \qquad (1)$$

Chiếu (1) lên Ox : $F_{ms} - T = 0$

Chiếu (1) lên Oy : $-P + N = 0$

Suy ra : $F_{ms} = T = \frac{1}{2} mg \,.\, \text{cotg}\alpha \approx 4{,}3N$

$N = P = mg = 15N$

b) Góc α :

$\vec{F}_{ms}$ *là lực ma sát nghỉ* : $F_{ms} \le kN$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} mg \,.\, \text{cotg}\,\alpha \le k \,.\, mg$$

$$\text{cotg}\,\alpha \le 2k = \sqrt{3}$$

$$\alpha \ge 30^o$$

Thí dụ 24.2 *

Một người đi xe đạp trên một đoạn đường vòng nằm ngang bán kính R = 10m với vận tốc v = 5 m/s.

Hỏi người và xe phải nghiêng góc α bao nhiêu so với phương thẳng đứng để xe không đổ ? Cho $tg14^o = 0{,}25$.

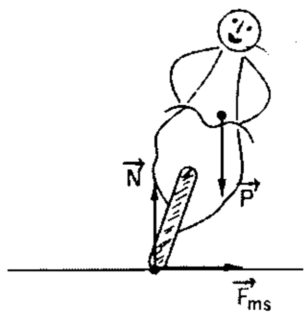
GIẢI

Chuyển động của xe trên đường vòng : *khối tâm* G chuyển động tròn với vận tốc góc ω , chuyển động của xe và người (coi như một vật rắn) có thể coi như gồm hai thành phần : *tịnh tiến* cùng khối tâm G và *quay quanh trục thẳng đứng* qua khối tâm G với vận tốc góc ω.

Để dễ lập luận, ta xét người và xe trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm.

Lực tác dụng lên người và xe gồm *trọng lực* $\vec{P}$, *lực đàn hồi* $\vec{N}$ và *lực ma sát nghỉ* $\vec{F}_{ms}$ của mặt đường ($\vec{F}_{ms}$ hướng vào tâm quỹ đạo), *lực quán tính* $\vec{F}_q$.

Khi hệ thống ổn định, trong hệ quy chiếu khối tâm, người đứng yên (không quay quanh khối tâm). Hợp lực $\vec{F} = \vec{N} + \vec{F}_{ms}$ có giá đi qua khối tâm G.



Góc nghiêng tạo bởi xe và phương thẳng đứng :

$$\alpha = (\vec{N}, \vec{F})$$

Tổng lực :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_q = \vec{0} \qquad (1)$$

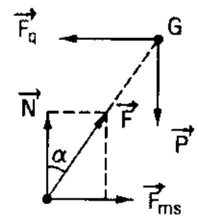
Chiếu (1) lên trục thẳng đứng :

$$-P + N = 0$$

Chiếu (1) lên trục hướng tâm :

$$F_{ms} - F_q = 0$$

Ta suy ra :



$$N = P = mg$$

$$F_{ms} = F_q = \frac{mv^2}{R}.$$

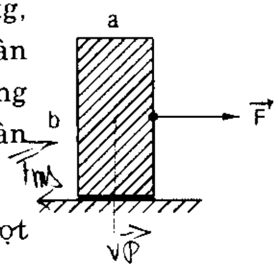
Suy ra : $tg\,\alpha = \frac{F_{ms}}{N} = \frac{v^2}{gR} = 0{,}25$

$$\alpha = 14^o$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP :

* CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN

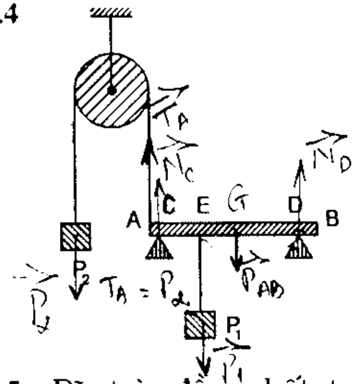
24.3 Khối hình hộp đáy vuông, khối lượng m = 20kg, cạnh a = 0,5m, chiều cao b = 1m đặt trên sàn nằm ngang. Tác dụng lên hợp lực $\vec{F}$ nằm ngang đặt ở giữa hộp. Hệ số ma sát giữa khối vả sàn là k = 0,4.



Tìm F để khối hộp *bắt đầu* mất cân bằng (trượt hoặc lật).

ĐS : F = 80N

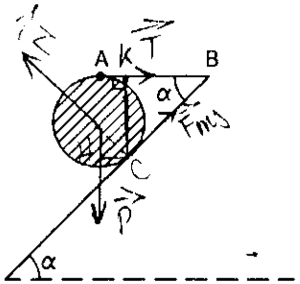
24.4 Thanh AB chiều dài l = 10m, khối lượng m = 200kg đặt trên hai giá đỡ C, D; AC = 2m, BD = 3m. Hai vật nặng m_1 = 800kg, m_2 = 300kg treo tại E, A; AE = 3m.



Áp dụng điều kiện cân bằng của vật rắn, tính các lực đàn hồi của giá đỡ.

ĐS : N_C = 3000N; N_D = 4000N

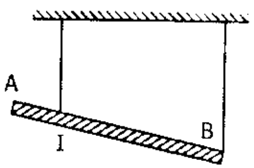
24.5 Đĩa tròn đồng chất, trọng lượng 40 N đặt thẳng đứng trên mặt phẳng nghiêng góc α = 30°. Đĩa cân bằng nhờ dây nối AB.



Biết giữa đĩa và mặt nghiêng có ma sát. Tìm lực căng của dây.

ĐS : T ≈ 10,7N

24.6

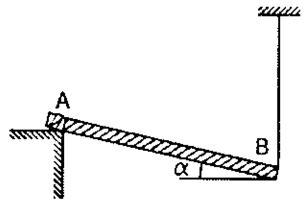


Thanh AB chiều dài l = 2m, khối lượng m = 3kg.

a) Thanh được treo cân bằng trên hai dây tại I và B như hình; AI = 25cm.

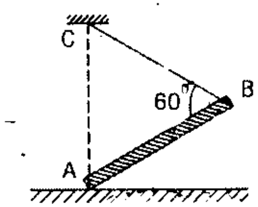
Dựa trên điều kiện cân bằng của vật rắn, tính các lực tác dụng lên thanh.

b) Thanh được treo bằng một dây ở đầu B, đầu A tựa trên cạnh bàn. Tính các lực tác dụng lên thanh khi thanh cân bằng, biết α = 30°.



ĐS : a) T_I = 17,14N
T_B = 12,86N
b) T = 15N
F_{ms} = 7,5N
N = 13N

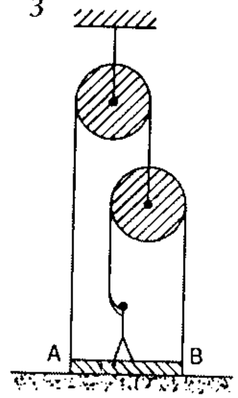
24.7 Thanh AB có đầu A tựa trên sàn, đầu B được treo bởi dây BC. Biết BC = AB = a



Xác định giá trị hệ số ma sát giữa AB và sàn để AB cân bằng.

ĐS : $k \geq \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,58$

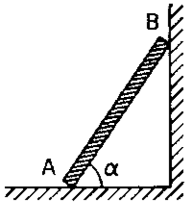
24.8 Người trọng lượng P_1 = 500N đứng trên ghế treo trọng lượng P_2 = 300N như hình vẽ. Chiều dài AB = 1,5m. Hỏi người cần kéo dây một lực bao nhiêu và đứng ở vị trí nào để hệ cân bằng? Bỏ qua trọng lượng ròng rọc.



ĐS : T = 200N; AC = 0,25m

24.9 Thang có khối lượng m = 20kg được dựa vào tường trơn nhẵn dưới góc nghiêng α.

Hệ số ma sát giữa thang và sàn là k = 0,6.



a) Thang đứng yên cân bằng, tìm các lực tác dụng lên thang nếu $\alpha = 45^o$.

b) Tìm các giá trị của α để thang đứng yên không trượt trên sàn.

c) Một người khối lượng m' = 40kg leo lên thang khi $\alpha = 45^o$. Hỏi người này lên đến vị trí O' nào trên thang thì thang sẽ bị trượt. Chiều dài thang l = 2m.

ĐS : a) $N_A = 200N;\ N_B = F_{ms} = 100N$

b) $a \geq arctg\frac{1}{1,2} = 40^o$

c) $AO' > 1,3m$

24.10 Thang trọng lượng P = 100N dựa vào tường trơn và sàn nhám. Cần nghiêng thang góc α đối với sàn bao nhiêu để người có trọng lượng P_1 = 400N có thể trèo lên đến tận đỉnh thang ?

Biết hệ số ma sát giữa thang với sàn là $k = 0,3\sqrt{3}$

ĐS : $\alpha \geq 60^o$

24.11 Thang dựa vào tường, hợp với sàn góc α. Biết hệ số ma sát giữa thang với tường là $k_1 = 0,5$, với sàn là $k_2 = 0,4$.

Khối tâm thang ở giữa thang.

Tìm giá trị nhỏ nhất của α mà thang không trượt.

ĐS : 45^o

24.12* Thang chiều dài AB = l nghiêng góc α so với sàn tại A và tựa vào tường tại B.

Khối tâm C của thang cách A một đoạn $\frac{l}{3}$.

a) Chứng minh rằng thang không thể cân bằng nếu không có ma sát.

b) Gọi k là hệ số ma sát giữa thang với sàn và tường, $\alpha = 60^o$.

Tính k nhỏ nhất để thang cân bằng.

c) Khi k nhỏ nhất, thang có trượt không nếu một người có trọng lượng bằng trọng lượng thang đứng tại D cách A $\frac{2l}{3}$?

ĐS : b) $k = \frac{\sqrt{35} - 3\sqrt{3}}{4} \approx 0,18$

c) có

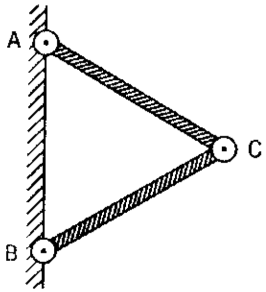
24.13* Thanh đồng chất nằm trong một chỏm cầu nhám, hệ số ma sát k, độ dài thanh bằng bán kính chỏm cầu. Hỏi thanh có thể tạo với đường nằm ngang góc lớn nhất bao nhiêu mà vẫn cân bằng ?

Biết thanh nằm trong mặt phẳng thẳng đứng qua tâm chỏm cầu.

ĐS : $tg\varphi = \frac{4k}{3 - k^2}$

24.14* Hai thanh AB, BC đồng chất, tiết diện đều, có cùng trọng lượng P = 10N gắn với nhau và với tường tại ba khớp A, B, C. Tam giác ABC đều và nằm trong mặt phẳng thẳng đứng.

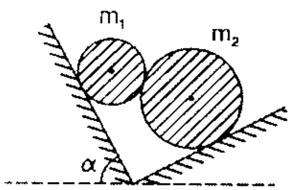
Tính phản lực tại các khớp A, B, C.



ĐS : $N_A = N_C = 5\sqrt{7}N \approx 13,2N$

$N_B = 5\sqrt{3}N \approx 8,7N$

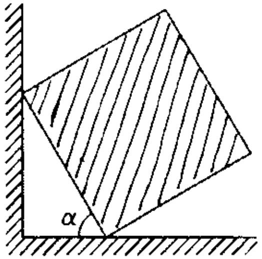
24.15* Hai trụ nhẵn đồng chất $m_1 = 10kg$, $m_2 = 30kg$, tâm O_1, O_2 đặt tiếp xúc nhau giữa hai mặt nghiêng trơn vuông góc, $\alpha = 60^o$.



Tìm góc tạo bởi O_1O_2 và phương ngang, áp lực của các khối trụ lên mặt phẳng và lực tương tác giữa hai trụ.

ĐS : 0^o; 200 N; 346 N; 173 N

24.16*



Khối lập phương tựa một cạnh trên nền nhà, một cạnh trên tường nhẵn. Tìm α để khối cân bằng, biết hệ số ma sát giữa khối và sàn là k.

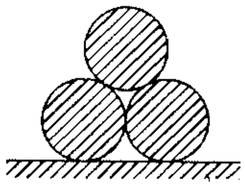
ĐS : $\alpha_0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ $\left(tg\,\alpha_0 = \frac{1}{2k+1}\right)$

24.17* Ba hình trụ giống nhau đặt như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa các trụ là k, giữa trụ với mặt phẳng là k'.

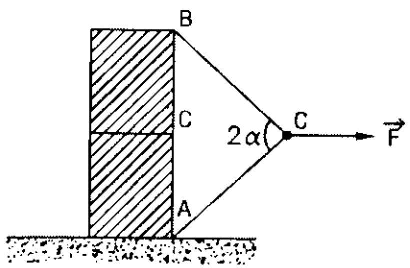
Tìm điều kiện của k, k' để hệ cân bằng.

ĐS : $k > tg\,15^o = 0,27$

$k' > \frac{1}{3}tg\,15^o = 0,09$



24.18*



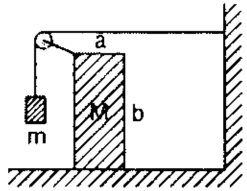
Hai khối vuông giống nhau, khối lượng mỗi khối là M, được kéo bởi lực $\vec{F}$ qua hai dây nối AC = BC như hình vẽ. Góc ACB = 2α. Hệ số ma sát giữa hai khối là k, khối M ở dưới gắn chặt với đất.

Tìm F để khối M ở trên đứng yên.

ĐS : $F < Mg$ và $F < \frac{2kMg}{1 - ktg\,\alpha}$ (với $ktg\,\alpha < 1$)

24.19* Khối đồng chất hình hộp khối lượng M có các cạnh a, b gắn với m qua ròng rọc, dây nối. Hệ số ma sát giữa M và sàn là k.

Tìm điều kiện để hệ đứng yên cân bằng.



ĐS : $\frac{M}{m} > \frac{1}{k} - 1$ và $\frac{M}{m} > 2\left(\frac{b}{a} - 1\right)$

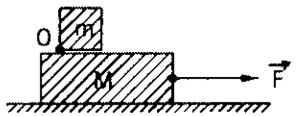
* CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

24.20* Trong xiếc mô tô bay, một người đi mô tô trên thành hình trụ thẳng đứng bán kính R = 9m. Khối tâm người và xe cách thành trụ h = 1m và vạch một đường tròn nằm ngang, vận tốc 20m/s.

Tìm góc nghiêng α của xe với phương ngang.

ĐS : 11^o

24.21*

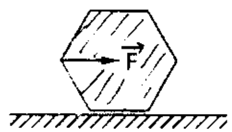


Vật khối lượng M có thể trượt trên mặt bàn nhẵn. Trên M là một khối hộp lập phương m gắn với M tại O.

Hỏi với giá trị cực đại nào của F nằm ngang đặt lên M thì hình hộp không bị lật ?

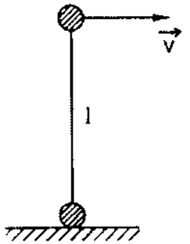
ĐS : $F = (M + m)g$

24.22* Khối trụ tiết diện lục giác đều đặt trên mặt ngang, chịu lực $\vec{F}$ nằm ngang. Xác định hệ số ma sát giữa trụ với sàn để khối trụ trượt mà không quay.



ĐS : $k \le \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,577$

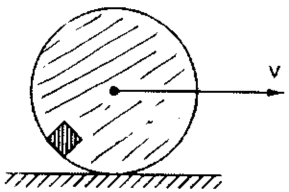
24.23* Trên mặt bàn nhẵn nằm ngang, một quả tạ gồm hai quả cầu nhỏ nối với nhau bằng một thanh nhẹ, chiều dài l, đặt thẳng đứng. Truyền cho quả cầu trên một vận tốc đầu $\vec{v}$ theo phương ngang.



Xác định l để quả cầu dưới bị nhấc khỏi bàn ngay khi bắt đầu chuyển động.

$$ĐS: l \le \frac{v^2}{2g}$$

24.24*



Bánh xe bán kính R, khối lượng M có gắn một vật nhỏ khối lượng m được kéo trên mặt ngang và lăn không trượt. Hỏi với vận tốc nào thì bánh xe có thể *nảy khỏi mặt ngang* trong khi chuyển động ?

$$ĐS: v \ge \sqrt{gR\left(1 + \frac{M}{m}\right)}$$

§17. CÁC DẠNG CÂN BẰNG

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Cân bằng của vật tựa lên một điểm hoặc một trục cố định :

• *Cân bằng không bền* : Khối tâm có vị trí *cao nhất* so với các vị trí khác của nó.

• *Cân bằng bền* : Khối tâm ở vị trí *thấp nhất* có thể có được.

• *Cân bằng phiếm định* : Khối tâm có *vị trí* hay *độ cao* không đổi.

II. Cân bằng của vật tựa trên mặt chân đế :

• *Điều kiện cân bằng* : Giá của trọng lực đi qua mặt chân đế.

• *Mức vững vàng của cân bằng* : Cân bằng càng vững khi :
- khối tâm càng thấp
- diện tích mặt chân đế càng lớn.

B. GIẢI TOÁN

BÀI TOÁN 25

Khảo sát dạng của cân bằng

■ **Phương pháp :**

• CÂN BẰNG CỦA VẬT TỰA LÊN MỘT ĐIỂM HOẶC TRỤC CỐ ĐỊNH

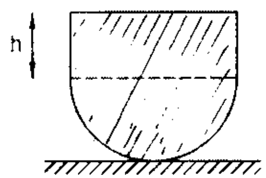
* Cân bằng không bền : *đưa vật rời vị trí cân bằng một đoạn nhỏ, vật sẽ tiếp tục rời xa vị trí cân bằng. Trọng tâm vật ở cao nhất.*
* Cân bằng bền : *đưa vật rời vị trí cân bằng một đoạn nhỏ, vật sẽ quay về vị trí cân bằng. Trọng tâm vật ơ thấp nhất.*
* Cân bằng phiếm định : *đưa vật rời vị trí cân bằng một đoạn nhỏ, vật cân bằng ở vị trí mới. Trọng tâm vật có độ cao không thay đổi theo vị trí.*

• CÂN BẰNG CỦA VẬT TỰA TRÊN MẶT CHÂN ĐẾ

* Điều kiện : *Giá của trọng lực đi qua mặt chân đế.*

Thí dụ 25.1

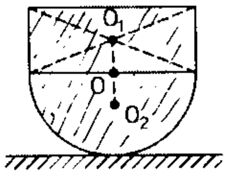
Vật thể *đồng chất* gồm một phần hình trụ chiều cao h và một bán cầu bán kính R. Biết trọng tâm bán cầu nằm thấp hơn mặt phẳng bán cầu một đoạn $\frac{3R}{8}$.



Tính h theo R để vật có cân bằng phiếm định. Cho biết công thức tính thể tích hình cầu là :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

GIẢI



Khi ta đặt vật thể để trục đối xứng nghiêng một góc nhỏ so với vị trí ban đầu, độ cao của tâm O của bán cầu không thay đổi (cách mặt sàn một đoạn R không đổi).

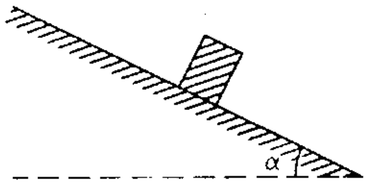
Do đó, để vật có cân bằng phiếm định, trọng tâm của vật thể phải nằm ở O.

Gọi trọng tâm của các phần hình trụ và hình bán cầu là O_1, O_2, dựa trên quy tắc hợp lực song song, ta có :

$$\frac{OO_1}{OO_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi R^3}{\pi . R^2 . h} = \frac{2}{3}.\frac{R}{h}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\frac{1}{2}.h}{\frac{3R}{8}} = \frac{2R}{3h} \Rightarrow h = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

Thí dụ 25.2

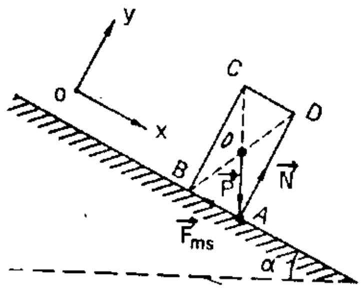


Khối hộp đáy vuông cạnh a = 0,5m chiều cao b = 1m được đặt trên mặt phẳng nghiêng, hệ số ma sát giữa vật và mặt nghiêng là k = 0,4. Khi tăng dần α, khối hộp sẽ trượt hay đổ trước ?

GIẢI

Lực tác dụng lên khối hộp : *trọng lực* $\vec{P}$, *lực đàn hồi* $\vec{N}$ và *lực ma sát* $\vec{F}_{ms}$ của mặt sàn.

– Khi khối hộp trượt, phương trình chuyển động của khối tâm O là :



$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \qquad (1)$$

Chiếu (1) lên Oy :

$$N - P\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$$

Chiếu (1) lên Ox :

$$P\sin\alpha - F_{ms} = ma$$

Khi khối hộp trượt : ma sát là ma sát trượt $F_{ms} = kN$ và $a > 0$.

$$\Rightarrow mg.\sin\alpha - k.mg.\cos\alpha = ma > 0$$

$$\Rightarrow tg\alpha > k = 0{,}4 \Rightarrow \alpha > 22^0$$

– Khối hộp sẽ đổ khi giá của trọng lực $\vec{P}$ nằm ngoài mặt chân đế (đáy hộp). Khi đó, $\vec{P}$ sẽ tạo nên một momen lực làm khối hộp quay quanh A.

Xét khi $\vec{P}$ có giá đi qua A. Khi đó :

$$\alpha = \widehat{AOH} \Rightarrow tg\alpha = \frac{AH}{OH} = \frac{\frac{AB}{2}}{\frac{CB}{2}} = 0{,}5 \Rightarrow \alpha = 26^0$$

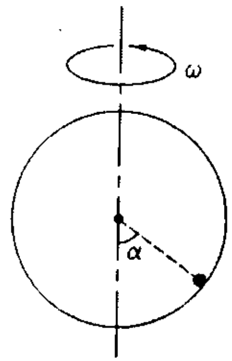
Khối hộp sẽ đổ khi : $\alpha > 26^0$

So sánh hai kết quả trên, ta suy ra : khi tăng dần α khối hộp sẽ *trượt trước khi đổ.*

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP :

* CÂN BẰNG CỦA VẬT TỰA TRÊN MỘT ĐIỂM HOẶC TRỤC GIỮ CHẶT

25.3* Hình cầu bán kính R chứa một hòn bi ở đáy. Khi hình cầu quay quanh trục thẳng đứng với vận tốc góc ω đủ lớn thì bi cùng quay với hình cầu, ở vị trí xác định bởi góc α.



www.sachhot.info

Xác định các vị trí cân bằng tương đối của bi và nghiên cứu sự bền vững của chúng.

ĐS : a) *Đáy hình cầu.*

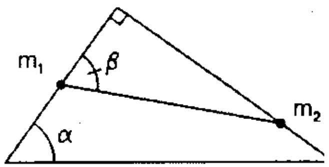
$$\begin{cases} \text{Bền nếu } \omega < \sqrt{\dfrac{g}{R}} \\ \text{Không bền nếu } \omega > \sqrt{\dfrac{g}{R}} \end{cases}$$

b) $\cos\alpha = \dfrac{g}{\omega^2 R}$

Bền nếu $\omega > \sqrt{\dfrac{g}{R}}$

25.4* Khung dây có dạng hình tam giác vuông với $\alpha = 30^\circ$ đặt trong mặt phẳng thẳng đứng. Hai vật $m_1 = 0{,}1$kg và $m_2 = 0{,}3$kg nối với nhau bằng dây có thể trượt không ma sát dọc theo hai cạnh khung dây.

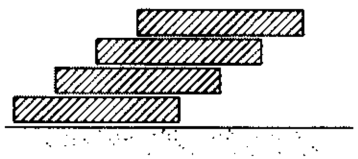
Khi hai vật ở vị trí cân bằng, lực căng của dây nối và góc β là bao nhiêu ? Cân bằng là bền hay không bền ?



ĐS : 79^o ; *bền*

* CÂN BẰNG CỦA VẬT TỰA TRÊN MẶT CHÂN ĐẾ

25.5 Có n tấm đồng chất như nhau, chiều dài $2l$ được xếp chồng lên nhau sao cho tấm trên nhô ra một phần so với tấm dưới.



Xác định chiều dài phần nhô ra tối đa của mỗi tấm để hệ vẫn còn cân bằng.

ĐS : *Từ trên xuống* : $x_i = \dfrac{l}{i}$

25.6 Cốc nước chia độ có khối lượng 180g và trọng tâm (của cốc không) nằm ở độ chia thứ 8. Mỗi độ chia ứng với 20cm^3.

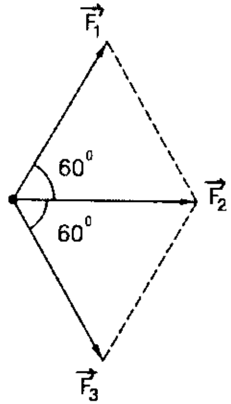
Hỏi đổ nước tới độ chia nào thì cân bằng vững vàng nhất ?

Trọng tâm chung của nước và cốc bây giờ sẽ ở độ chia nào ?

ĐS : *Mực nước và trọng tâm chung ở độ chia thứ 6.*

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP LUYỆN TẬP
Phần TĨNH HỌC

22.6



Theo tính chất của *hình thoi*, dễ thấy :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2$$

Do đó :

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 2\vec{F}_2$$

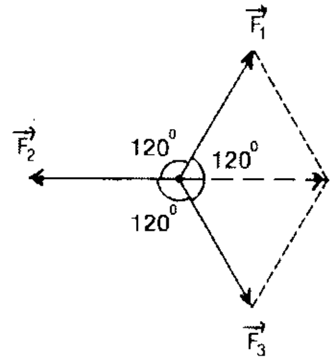
$\sum \vec{F}$ có $\begin{cases} \textit{hướng } \vec{F}_2 \\ \textit{độ lớn } 20N \end{cases}$

22.7 Tương tự bài 22.6 ta có :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_2$$

Do đó :

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$: Vật *cân bằng*

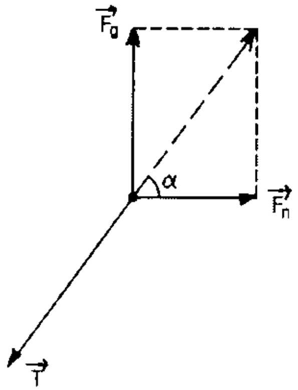


22.8 Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{T} + \vec{F_g} + \vec{F_n} = \vec{0}$$

Suy ra :

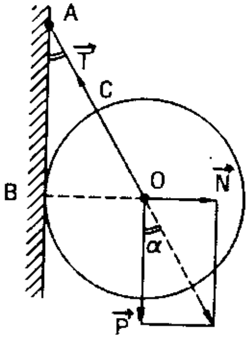
$$\begin{cases} F_n = T\cos\alpha = 50N \\ F_g = T\sin\alpha \approx 87N \end{cases}$$



22.9 Không ma sát ⇒ Các lực đồng quy ở O.

Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{N} = \vec{0}$$



Suy ra :

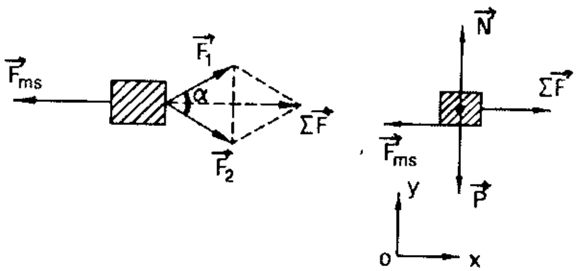
$$T = \frac{mg}{\cos\alpha}; \quad N = T\sin\alpha$$

Nhưng : $\sin\alpha = \dfrac{R}{AC + R} = \dfrac{7}{25}$;

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \frac{24}{25}$$

$$\Rightarrow T = 25N ; N = 7N$$

22.10



Phương trình lực :

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$$

Đặt $\quad \sum\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

$$\Rightarrow \sum F = 2F\cos\frac{\alpha}{2}$$

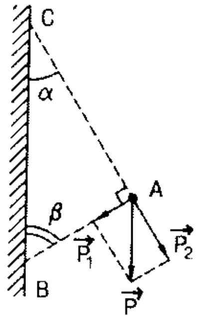
Chiếu lên hệ trục Oxy ⇒

$$N = P = mg ; \sum F = F_{ms} = kN = kmg$$

Do đó :

$$k = \frac{\sum F}{mg} = \frac{2F\cos\frac{\alpha}{2}}{mg}$$

22.11 Tác dụng của $\vec{P}$ lên hai thanh AB, AC là do hai thành phần $\vec{P_1}$, $\vec{P_2}$ của $\vec{P}$ trên phương của hai thanh này.



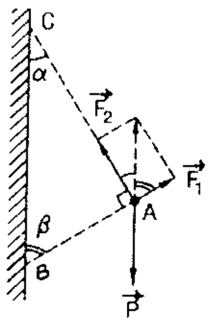
$$P_1 = P\cos\beta ; P_2 = P\cos\alpha$$

Theo định luật III Newton, các lực đàn hồi là :

$$F_1 = P_1 = 500N ; F_2 = P_2 \approx 867N$$

CHÚ Ý : Cách giải khác :

Các phản lực đàn hồi của các thanh AB và AC có hướng như hình vẽ.



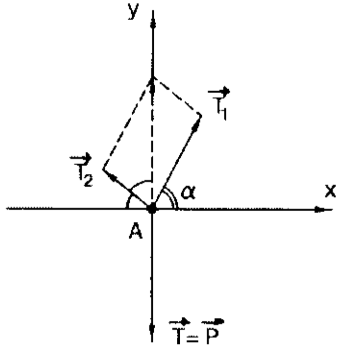
Theo định luật III Newton :

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} = -\vec{P}$$

Do đó :

$$F_1 = P\cos\beta ; \quad F_2 = P\cos\alpha.$$

22.12 Các lực căng của hai dây AB, AC là $\vec{T_1}$, $\vec{T_2}$. Áp dụng định luật III Newton suy ra



$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -\vec{P}$$

Chiếu lên hệ trục Axy và giải ta có :

$$T_2 = \frac{mg\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1} \approx 10{,}4N\ ;$$

$$T_1 = T_2\sqrt{2} \approx \mathit{14{,}6N}$$

CHÚ Ý : Có thể dựng *tam giác lực* và áp dụng định lý hàm sin để giải thay vì dùng phép chiếu.

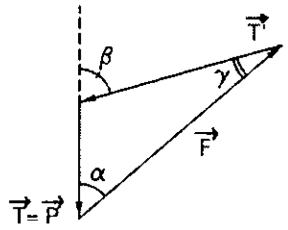
22.13 Dựng tam giác lực tương ứng ta có :

$$\frac{F}{\sin\beta} = \frac{T'}{\sin\alpha} = \frac{P}{\sin\gamma}$$

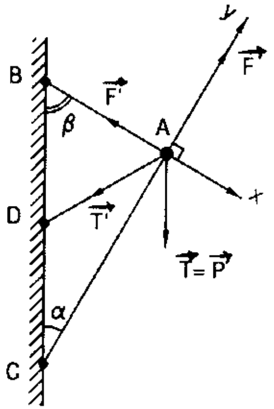
Suy ra :

$$F = \frac{\sin 60^o}{\sin 15^o} mg \approx \mathit{669N}\ ;$$

$$T' = \frac{\sin 45^o}{\sin 15^o} mg \approx \mathit{546N}$$



22.14



Lực căng $\vec{T} = \vec{P}$ làm xuất hiện các *lực đàn hồi* $\vec{F}$; $\vec{F'}$ và *lực căng* $\vec{T'}$.

$$T' = T = P$$

Áp dụng định luật III Newton :

$$\vec{T} + \vec{T'} + \vec{F} + \vec{F'} = \vec{0}$$

Chiếu lên hệ trục Axy :

$$\begin{cases} T\cos\beta - T'\cos\beta - F' = 0 \\ F - T\cos\alpha - T'\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

Do đó :

$$F' = \mathit{0}\ ;\ F = 2mg\cos\alpha \approx \mathit{3464N}$$

22.15 Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = \vec{0}$$

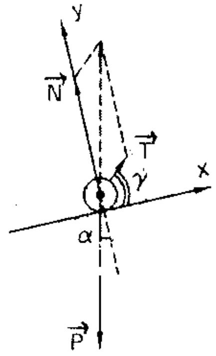
Chiếu lên hệ trục Oxy :

$$\begin{cases} T\cos\gamma - P\sin\alpha = 0 \Rightarrow \cos\gamma = \dfrac{mg\sin\alpha}{T} \Rightarrow \gamma = 30^o \\ N + T\sin\gamma - P\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = P\cos\alpha - T\sin\gamma \end{cases}$$

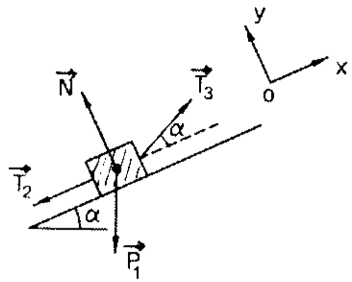
Suy ra :

$$\beta = 60^o - \gamma = 30^o\ ;$$

$$N' = N = 10\sqrt{3}\ N \approx \mathit{17{,}3N}$$



22.16



Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{P}_1 + \vec{N} + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = \vec{0}$$

Chiếu lên hệ trục Oxy :

$$\begin{cases} T_3\cos 30^o - T_2 - P_1\sin 30^o = 0 \\ N + T_3\sin 30^o - P_1\cos 30^o = 0 \end{cases}$$

Với $T_2 = m_2g\,;T_3 = m_3g$,

suy ra :

$$\mathit{m_1 \approx 2{,}9kg\ ;\ N \approx 5{,}4N}$$

22.17 Phương trình cân bằng lực :

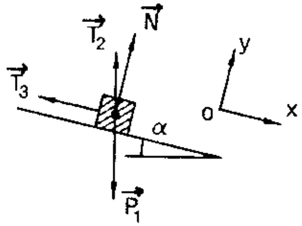
$$\vec{P}_1 + \vec{N} + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = \vec{0}$$

Chiếu lên hệ trục Oxy :

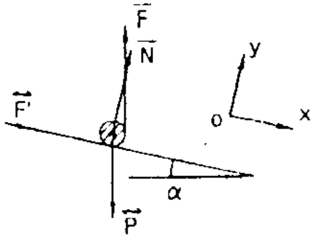
$$\begin{cases} P_1\sin 30^o - T_3 - T_2\sin 30^o = 0 \\ N + T_2\cos 30^o - P_1\cos 30^o = 0 \end{cases}$$

Suy ra :

$$\mathit{m_3 = 1kg\ ;\ N' = 17{,}3N}$$



22.18



Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F'} = \vec{0}$$

Chiếu lên trục Ox :

$$P\sin\alpha - F' - F\sin\alpha = 0$$

Suy ra :

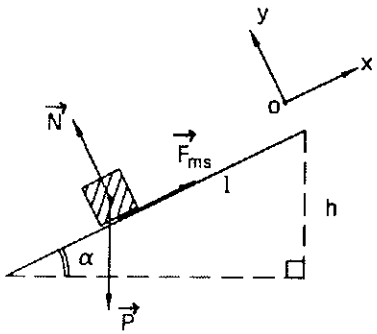
$$F = \frac{mg}{3}$$

22.19 Theo đề :

$$\sin\alpha = \frac{h}{l} = \frac{5}{13} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{12}{13}$$

Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{ms} + \vec{N} = \vec{0}$$



a) $\vec{F}$ song song với mặt phẳng nghiêng :

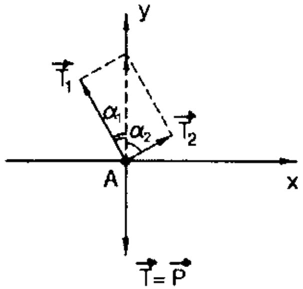
Chiếu lên hệ trục Oxy, suy ra :

$$F = (\sin\alpha - k.\cos\alpha)mg$$
$$\approx 14{,}6N$$

b) $\vec{F}$ song song với mặt phẳng ngang. Chiếu lên hệ trục Oxy, suy ra :

$$F = \frac{(\sin\alpha - k\cos\alpha)\,mg}{\cos\alpha + k.\sin\alpha} \approx 15{,}2N$$

20.20



Áp dụng định luật III Newton :

$$\vec{T} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$$

Chiếu lên hệ trục Axy suy ra :

$$T_1.\sin\alpha_1 = T_2.\sin\alpha_2 \Rightarrow \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{6}{5}$$

Mặt khác : $\alpha_1 + \alpha_2 = 60^o$. Do đó suy ra :

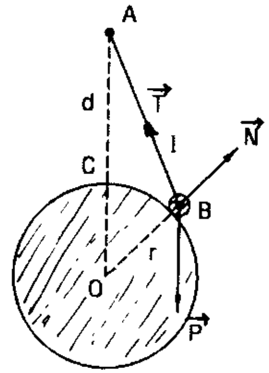
$$tg\,\alpha_2 \approx 0{,}5 \Rightarrow \alpha_2 \approx 27^o;\ \alpha_1 \approx 33^o$$

$$m = \frac{T_1\cos\alpha_1 + T_2\cos\alpha_2}{g} \approx 15{,}3kg$$

22.21 Giải tương tự như bài 22.20.

22.22 Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = \vec{0}$$



Dựng tam giác lực và áp dụng tính chất đồng dạng của tam giác, suy ra :

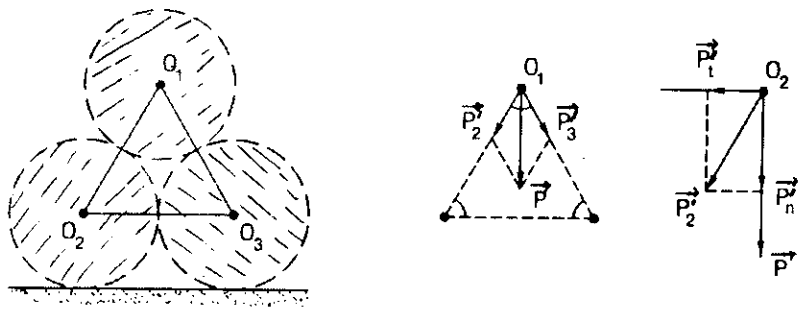
$$\frac{P}{d + r} = \frac{T}{l} = \frac{N}{r}$$

Do đó :

$$T = \frac{l}{d + r}mg = 0{,}8N;$$

$$N = \frac{r}{d + r}mg = 0{,}4N$$

22.23 Trọng tâm của ba khối trụ (trong mặt phẳng thẳng đứng) tạo thành tam giác đều $O_1O_2O_3$.



Lực nén do trọng lượng khối ở trên tác dụng có phương là đường thẳng nối hai trọng tâm.

$$P'_2 = P'_3 = \frac{P}{\sqrt{3}}$$

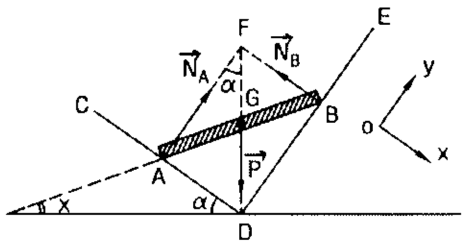
Phân tích lực nén theo hai phương *nằm ngang* và *thẳng đứng*, ta suy ra :

– lực nén lên đất : $N'_d = P + P'_n = \frac{3P}{2} = \mathit{180N}$

– lực nén lên tường : $N'_t = P'_t = \frac{P}{2\sqrt{3}} \approx \mathit{34{,}6N}$

22.24 Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{P} + \vec{N}_A + \vec{N}_B = \vec{0}$$



Chiếu lên hệ trục Oxy :

$$N_A = P\cos\alpha; \quad N_B = P\sin\alpha$$

Vì $\vec{N}_A$, $\vec{N}_B$ giao nhau ở F ⇒ $\vec{P}$ có giá qua F.

Do đó : $x = (90^o - \alpha) - \alpha = (90^o - 2\alpha)$

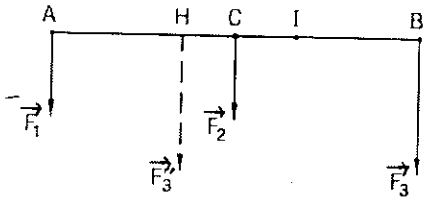
22.25 a) $F_1 + F_2 = F = 10; \ \frac{F_1}{F_2} = \frac{OB}{OA} = \frac{2}{3}$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{3}{2}\right)F_1 = 10 \Rightarrow F_1 = 4N; \ F_2 = 6N$$

b) $\frac{F_2}{F_1} = \frac{OA}{OB} = 4; \ F_2 - F_1 = 3F_1 = 10{,}5$

⇒ $F_1 = \mathit{3{,}5N}; \ F_2 = \mathit{14N}$

22.26 a) Hợp lực có độ lớn : $F = F_1 + F_2 + F_3 = \mathit{100N}$



Đặt $\vec{F}'_3$ là hợp lực của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$.

$\vec{F}'_3$ { đặt tại H với CH = 20cm; $F'_3 = F_1 + F_2 = 50N = F_3$

$\vec{F}$ là hợp lực của $\vec{F}_3$ và $\vec{F}'_3$ *song song, cùng chiều, bằng nhau.*

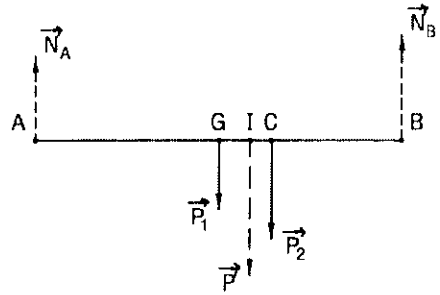
⇒ F đặt tại I với $BI = HI = \frac{BH}{2} = 35cm \Rightarrow AI = \mathit{0{,}65m}$

b) Phản lực của giá đỡ phải đặt ở I.

⇒ giá đỡ có vị trí là I ; lực nén : $N' = N = F = \mathit{100N}$

22.27 a) $P = P_1 + P_2 = \mathit{300N}$

$$\frac{IG}{P_2} = \frac{IC}{P_1} = \frac{GC}{P}$$



$$\Rightarrow IG = \frac{20}{3}cm$$

$$\Rightarrow AI = \frac{AB}{2} + IG = \frac{170}{3}cm \approx \mathit{56{,}7cm}$$

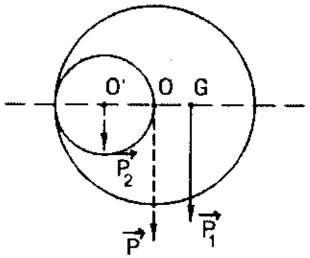
b) $\frac{N_A}{IB} = \frac{N_B}{IA} = \frac{P}{AB} \Rightarrow N_A = \frac{IB}{AB} \cdot P = \mathit{130N};$

$$N_B = \frac{IA}{AB} \cdot P = \mathit{170N}$$

22.30 Do tính đối xứng ⇒ G nằm trên đường thẳng OO′ về phía đầy.

Trong tâm của đĩa nguyên vẹn là tâm O; trọng tâm của đĩa bị khoét là O′.

$\vec{P}$ là *hợp lực* của hai lực $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$.

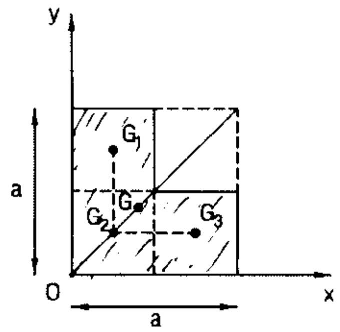


$$\frac{OG}{OO'} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi\frac{R^2}{4}}{3\pi\frac{R^2}{4}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \quad OG = \frac{R}{6}$$

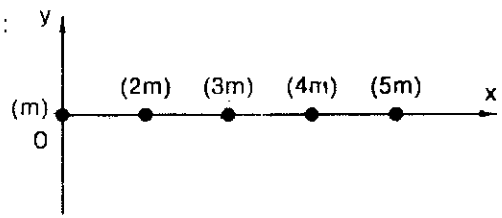
22.31 Giải tương tự bài 22.30

22.32 Áp dụng phương pháp tọa độ :



$$x_G = y_G = \frac{2m\frac{a}{4} + m\frac{3a}{4}}{3m} = \frac{5a}{12}$$

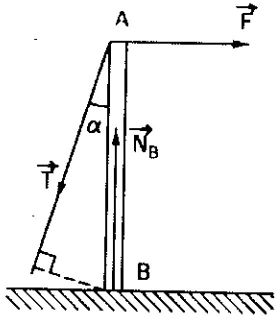
22.33 Áp dụng phương pháp tọa độ :



$$x_G = \frac{2ml + 3m(2l) + 4m(3l) + 5m(4l)}{15m}$$

$$= \frac{8l}{3}$$

23.4 Cân bằng đối với trục quay ở B cho :



$$\mathcal{M}_{\vec{F}} = \mathcal{M}_{\vec{T}} \quad (\mathcal{M}_{\vec{N}_B} = 0)$$

$$\Rightarrow \quad F \,.\, AB = T \,.\, AB \,.\, \sin\alpha$$

$$T = \frac{F}{\sin\alpha} = 200N$$

23.5 Đối với trục quay ở O :

$$\mathcal{M}_{\vec{F}_1} = \mathcal{M}_{\vec{F}_2} \quad (\mathcal{M}_{\vec{N}_0} = 0)$$

a) $F_1 \,.\, OA = F_2 \,.\, OB \Rightarrow F_2 = \frac{OA}{OB} \cdot F_1 = 4N$

b) $F_1 \,.\, OA \sin\alpha = F_2 \,.\, OB \Rightarrow F_2 = \frac{OA}{OB} \,.\, \sin\alpha \,.\, F_1 = 2N$

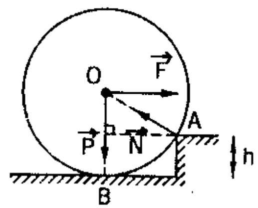
c) $F_1 \,.\, OA \,.\, \sin\alpha = F_2 \,.\, OB \,.\, \sin\beta$

$$\Rightarrow \quad F_2 = \frac{OA \,.\, \sin\alpha}{OB \,.\, \sin\beta} \,.\, F_1 \approx 2{,}3N$$

23.6 Khi bánh xe vượt lên được bậc, đối với trục quay ở A :

$$\mathcal{M}_{\vec{F}} > \mathcal{M}_{\vec{P}}$$

(không có phản lực ở B ; $\mathcal{M}_{\vec{N}} = 0$)



$$\Rightarrow F\,(R - h) > P.\sqrt{R^2 - (R-h)^2}$$

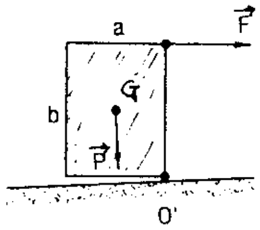
Suy ra : $F > \frac{mg\sqrt{2Rh - h^2}}{R - h}$

23.7 Khi vật quay quanh trục qua O :

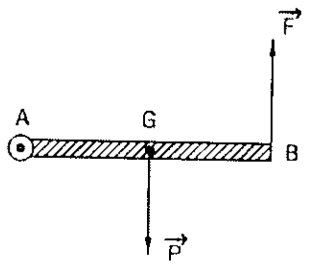
$$\mathcal{M}_{\vec{F}} > \mathcal{M}_{\vec{P}} \quad (\mathcal{M}_{\vec{N}_0} = 0)$$

$$\Rightarrow F.b > P.\frac{a}{2}$$

Suy ra : $F > \frac{a}{2b}mg = 25N$



23.8 a)



Cân bằng đối với trục quay A :

$$\mathcal{M}_{\vec{F}} \geq \mathcal{M}_{\vec{P}}$$

$$\Rightarrow F.AB \geq P.\frac{AB}{2}$$

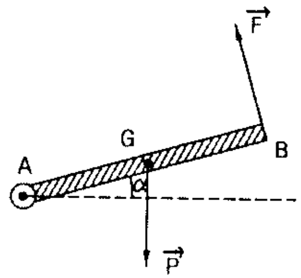
$$F \geq \frac{P}{2} = 100N$$

b) Tương tự trường hợp a) :

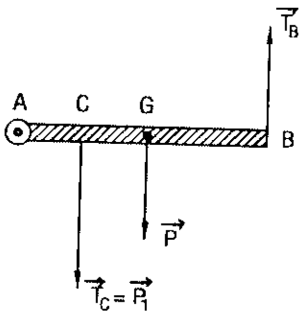
$$\mathcal{M}_{\vec{F}} = \mathcal{M}_{\vec{P}}$$

$$\Rightarrow F.AB = P.\frac{AB}{2}\cos\alpha$$

$$\Rightarrow F = \frac{P}{2}\cos\alpha \approx 86{,}7N$$



23.9



Cân bằng đối với trục quay A :

$$T_B.AB = P.\frac{AB}{2} + P_1.AC$$

$$= P.\frac{AB}{2} + P_1(AB - BC)$$

$$= \left(\frac{P}{2} + P_1\right)AB - P_1.BC$$

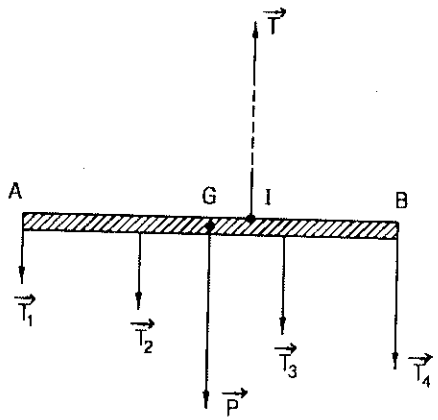
Với $T_B = P_2$, suy ra :

$$AB = \left(\frac{P_1}{P_1 + \frac{P}{2} - P_2}\right)BC = 25cm$$

23.10 Cân bằng đối với chuyển động tịnh tiến :

$$\Rightarrow T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + P =$$

$$= (m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m)g$$



Cân bằng đối với trục quay A:

$$\mathcal{M}_{\vec{T}} = \mathcal{M}_{\vec{T}_2} + \mathcal{M}_{\vec{T}_3} + \mathcal{M}_{\vec{T}_4} + \mathcal{M}_{\vec{P}}$$

$$\Rightarrow T.AI = T_2.\frac{AB}{3} + T_3.\frac{2AB}{3} + T_4.AB + P.\frac{AB}{2}$$

$$\Rightarrow T.AI = \left(\frac{T_2}{3} + \frac{2T_3}{3} + T_4 + \frac{P}{2}\right)AB$$

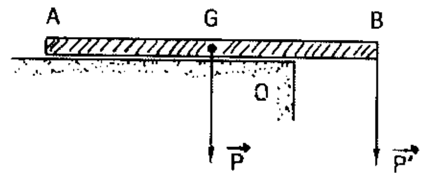
Suy ra : $$AI = \frac{\left(\frac{m_2}{3} + \frac{2m_3}{3} + \frac{m}{2} + m_4\right)AB}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m} = 1{,}75m$$

23.11 Đối với trục quay ở O khi *bắt đầu* mất cân bằng :

$$\mathcal{M}_{\vec{P}} = \mathcal{M}_{\vec{P'}}$$

$$\Rightarrow P.\frac{AB}{4} = P'.\frac{AB}{4}$$

Suy ra : $P = P' = 300N$



23.12 – Cân bằng lần (I) :

$$P_1 l_1 = P_x l_2 \Rightarrow m_1 l_1 = m_x l_2 \qquad (1)$$

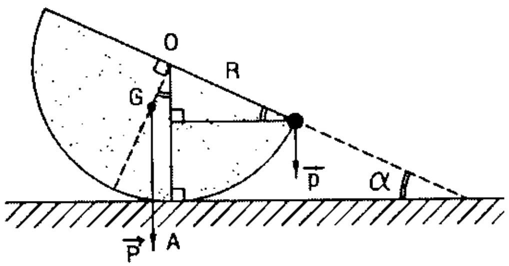
– Cân bằng lần (II) :

$$P_x l_1 = P_2 l_2 \Rightarrow m_x l_1 = m_2 l_2 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) :

$$m_x = \sqrt{m_1 m_2} = 42g$$

23.13



Cân bằng đối với trục quay ở A ($\mathcal{M}_{\vec{N}_A} = 0$).

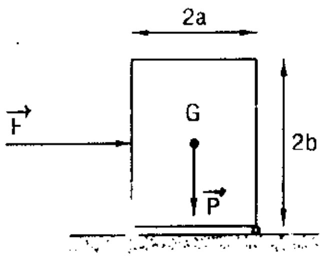
$$\mathcal{M}_{\vec{P}} = \mathcal{M}_{\vec{p}}$$

$$\Rightarrow P.OG.\sin\alpha = p.R.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow M.\frac{3}{8}\sin\alpha = m.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \text{tg}\,\alpha = 0{,}2 \Rightarrow \alpha \approx 11^o$$

23.14



Khi xe *bắt đầu* lật ngã :

$$\mathcal{M}_{\vec{F}} = \mathcal{M}_{\vec{P}}$$

(trục quay : bánh xe)

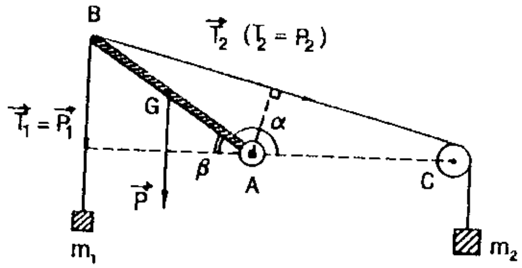
$$\Rightarrow \quad Fb = Pa \Rightarrow F = \frac{a}{b}mg$$

Nhưng : $F = pS = 2pbl = 2\rho V^2 bl$

Suy ra :

$$V = \frac{1}{b}\sqrt{\frac{amg}{2\rho l}} \approx 58m/s$$

23.15



Cân bằng đối với trục quay A :

$$\mathcal{M}_{\vec{T}_2} = \mathcal{M}_{\vec{T}_1} + \mathcal{M}_{\vec{P}}$$

$$\Rightarrow P_2.AB.\cos\frac{\alpha}{2} = P_1.AB.\cos\beta + P.\frac{AB}{2}\cos\beta$$

$$\Rightarrow \quad \cos\frac{\alpha}{2} = -\cos\alpha = \cos(\pi - \alpha)$$

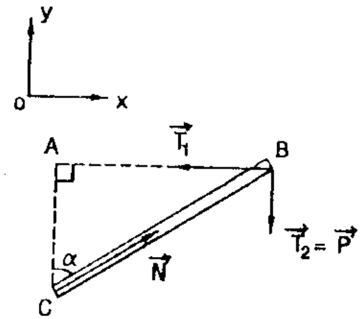
Do đó :

$$\begin{cases} \pi - \alpha = \dfrac{\alpha}{2} & \Rightarrow \alpha = \dfrac{2\pi}{3} = 120^o \\ \pi - \alpha = -\dfrac{\alpha}{2} & \Rightarrow \alpha = 2\pi \ \text{(loại)} \end{cases}$$

23.16 Cân bằng đối với trục quay ở C :

$$\mathcal{M}_{\vec{T}_1} = \mathcal{M}_{\vec{T}_2} \Rightarrow T_1.AC = T_2.AB$$

$$T_2 = mg = 40N \ ; \ T_1 = \frac{AB}{AC}mg = 30N$$



Phản lực $\vec{N}$ có hướng $\vec{CB}$. Áp dụng định luật III Newton.

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{N} = \vec{0}$$

Chiếu lên hệ trục Oxy ⇒

$$N = \frac{T_1}{\sin\alpha} \ ; \ \sin\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{3}{5} \Rightarrow N = 50N$$

23.17 1.a) Phản lực $\vec{N}$ có hướng $\overrightarrow{AB}$.

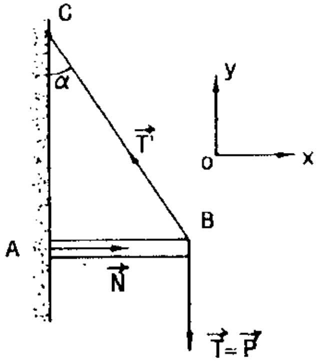
Áp dụng định luật III Newton :

$$\vec{T} + \vec{T'} + \vec{N} = \vec{0}\ ;\quad T = P = 40N$$

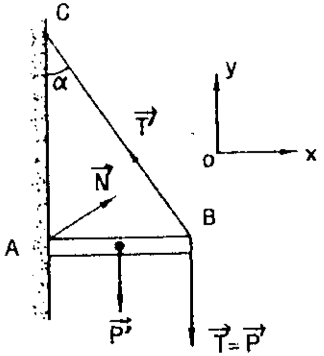
Chiếu lên hệ trục Oxy ⇒

$$T' = \frac{P}{\cos\alpha} \approx 46{,}2N\ ;$$

$$N = P\text{tg}\,\alpha \approx 23{,}1N$$



b)



Phản lực $\vec{N}$ có phương nằm trong góc $\widehat{BAC}$.

Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{T} + \vec{P'} + \vec{T'} + \vec{N} = \vec{0}\ ;$$

$$T = P = 40N;\ T' = P' = 20N$$

Chiếu lên hệ trục Oxy ⇒

$$\begin{cases} N_x = T'\sin\alpha = \dfrac{T'}{2} \\ N_y = P + P' - T'\cos\alpha = (m + m')g - T'\cos\alpha \end{cases}$$

Cân bằng đối với trục quay ở A :

$$\mathcal{M}_{\vec{T'}} = \mathcal{M}_{\vec{T}} + \mathcal{M}_{\vec{P'}} \Rightarrow T'.AB\cos\alpha = \left(m + \frac{m'}{2}\right)g.AB$$

Do đó :

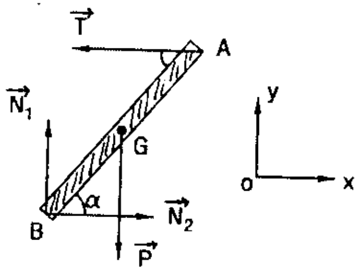
$$T' = 57{,}7N;\ N \approx 30{,}6N$$

2. Theo trên :

$$T' = \frac{mg}{\cos\alpha} \text{ hoặc } T' = \frac{\left(m + \dfrac{m'}{2}\right)g}{\cos\alpha}$$

Tăng α thì lực căng T' tăng.

23.18



Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{N_1} + \vec{N_2} = \vec{0}$$

Chiếu lên hệ trục Oxy

$$\Rightarrow \begin{cases} N_1 = P = 15N \\ N_2 = T \end{cases}$$

Cân bằng đối với trục quay ở B :

$$\mathcal{M}_{\vec{T}} = \mathcal{M}_{\vec{P}}$$

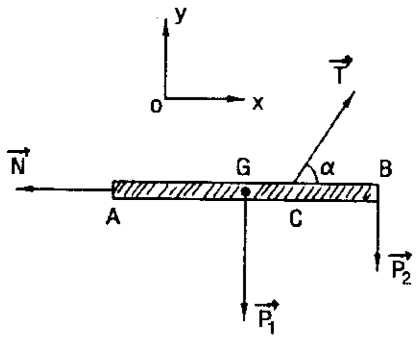
$$\Rightarrow T.AB\sin\alpha = P.\frac{AB}{2}\cos\alpha \quad\Rightarrow\quad T = \frac{mg}{2\text{tg}\,\alpha}$$

Do đó :

$$N_2 = T = 7{,}5N$$

23.19 Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{T} + \vec{N} = \vec{0}$$



Cân bằng đối với trục quay A :

$$\mathcal{M}_{\vec{T}} = \mathcal{M}_{\vec{P_1}} + \mathcal{M}_{\vec{P_2}}$$

$$\Rightarrow T.AC\sin\alpha = P_1.\frac{AB}{2} + P_2.AB$$

$$T = \frac{AB}{AC\sin\alpha}\left(\frac{P_1}{2} + P_2\right) \approx 212N$$

Chiếu phương trình cân bằng lực lên hệ trục Oxy :

$$N_x = T\cos\alpha\ ;\ N_y = P_1 + P_2 - T\sin\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \quad N = N_x = 150N$$

23.20 – Thanh AB cân bằng không tịnh tiến ⇒

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = \vec{0}$$

Vì $\vec{P}$ và $\vec{T}$ có giá giao nhau ở I

$\Rightarrow$ $\vec{N}$ có giá AI.

GI là đường trung bình

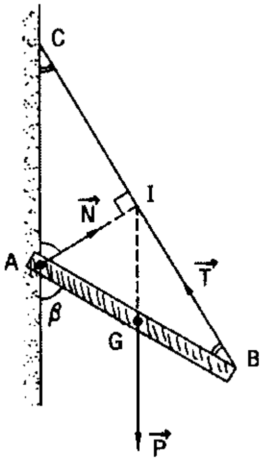
$\Rightarrow$ AI $\perp$ BC.

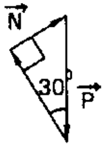
$\vec{N}$ hợp với tường góc β = *60°*

– Dựng tam giác lực ta được :

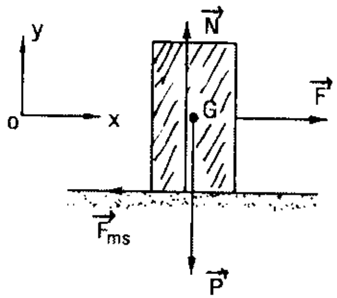
$$\frac{N}{\sin 30^{o}} = \frac{P}{\sin 90^{o}}$$

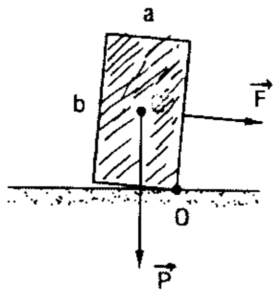
$\Rightarrow$ $N = \frac{P}{2} = 10N$





24.3





– Vật *bắt đầu* trượt :

$$\vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = \vec{0}$$

Chiếu lên hệ trục Oxy $\Rightarrow$

$N = P = mg$;

$F = F_{ms} = kmg = 80N$

– Vật *bắt đầu* lật (tựa vào cạnh ở O) :

$$\mathcal{M}_{\vec{F}} = \mathcal{M}_{\vec{P}} \quad (\mathcal{M}_{\vec{N}_0} = 0)$$

$$\Rightarrow F.\frac{b}{2} = P.\frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{a}{b}mg = 100N$$

Vậy vật bắt đầu mất cân bằng (trượt) khi F = *80N*

24.4 – Phương trình cân bằng lực $\Rightarrow$

$$N_C + N_D = P + P_1 - T_A$$

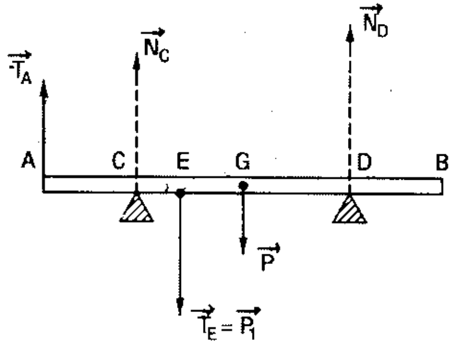
$$= P + P_1 - P_2 = 7000N$$

– Cân bằng đối với trục quay ở D :

$$\mathcal{M}_{\vec{N}_C} + \mathcal{M}_{\vec{T}_A} = \mathcal{M}_{\vec{P}} + \mathcal{M}_{\vec{P}_1}$$

$$\Rightarrow N_C . CD + P_2 . AD = $$

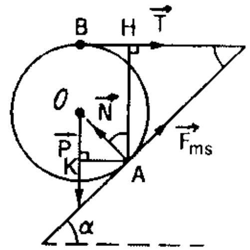
$$= P . GD + P_1 . ED$$



Suy ra :

$$\begin{cases} N_C = \dfrac{(m.GD + m_1 . ED - m_2 . AD)g}{CD} = 3000N \\ N_D = 4000N \end{cases}$$

24.5



Xét trục quay qua A :

$$\mathcal{M}_{\vec{T}} = \mathcal{M}_{\vec{P}} \quad (\mathcal{M}_{\vec{N}} = \mathcal{M}_{\vec{F}_{ms}} = 0)$$

$$\Rightarrow TR(1 + \cos\alpha) = P.R\sin\alpha$$

$$T = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}P \approx 10{,}7N$$

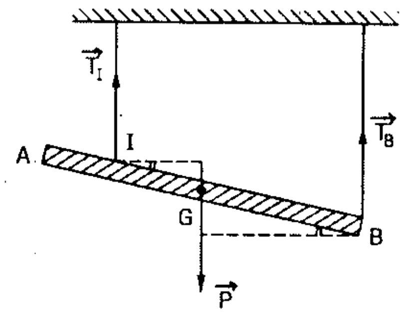
24.6 a) * $P = mg = 30N$;

$T_I + T_B = P = 30N$

* Xét trục quay qua G :

$$\mathcal{M}_{\vec{T}_I} = \mathcal{M}_{\vec{T}_B} \Rightarrow \frac{T_I}{GB} = \frac{T_B}{GI} = \frac{P}{IB}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_I \approx 17{,}14N \\ T_B \approx 12{,}86N \end{cases}$$



b) * $P = mg = 30N$

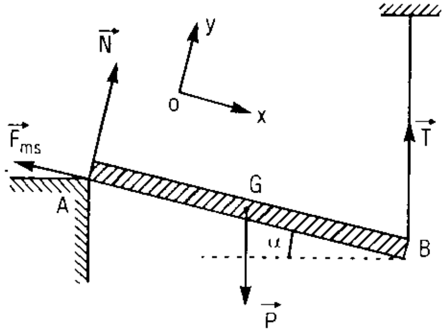
* Xét trục quay qua A :

$\mathcal{M}_{\vec{T}} = \mathcal{M}_{\vec{P}}$

$(\mathcal{M}_{\vec{N}} = \mathcal{M}_{\vec{F}_{ms}} = 0)$

$\Rightarrow T = \dfrac{P}{2} = 15N$

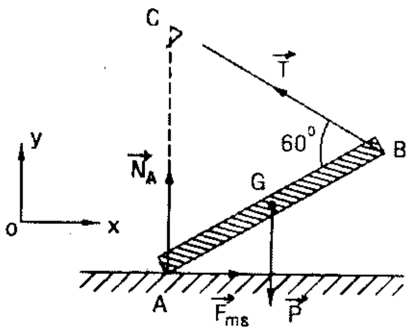
* $\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$



Chiếu lên hệ trục Oxy ⇒ $F_{ms} = P\sin\alpha - T\sin\alpha = 7{,}5N$

$N = P\,.\cos\alpha - T\,.\cos\alpha \approx 13N$

24.7



Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{N}_A + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$$

Chiếu lên hệ trục Oxy :

$$F_{ms} = \frac{T\sqrt{3}}{2}; \quad N_A = mg - \frac{T}{2}$$

Cân bằng đối với trục quay ở A :

$$\mathcal{M}_{\vec{T}} = \mathcal{M}_{\vec{P}} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{mg}{2}$$

Do đó :

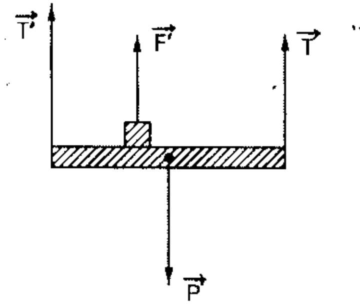
$$F_{ms} = \frac{mg\sqrt{3}}{4}; \qquad N_A = \frac{3mg}{4}.$$

Ma sát nghỉ ⇒ $F_{ms} < kN_A$

Suy ra : $k > \dfrac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}58$

24.8 – Xét hệ (người + ghế). Phương trình cân bằng lực :

$$\vec{T} + \vec{T'} + \vec{P} + \vec{F'} = \vec{0}$$

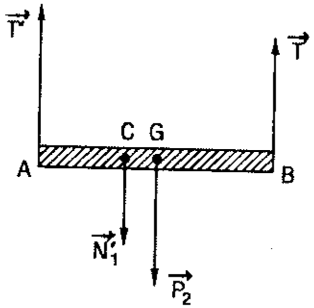


Ta có : $F' = F = T;\ T' = 2T = 2F$

$\Rightarrow 4F = P$

$\Rightarrow F = \dfrac{P}{4} = \dfrac{P_1 + P_2}{4} = 200N$

– Xét cân bằng của ghế đối với trục quay ở A :



$$\mathcal{M}_{\vec{T}} = \mathcal{M}_{\vec{P}_2} + \mathcal{M}_{\vec{N'}_1} \quad (\mathcal{M}_{\vec{T'}} = 0)$$

$$\Rightarrow T\,.\,AB = P_2\,.\frac{AB}{2} + N'_1\,.\,AC$$

Cân bằng của người trên ghế cho :

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F'} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow N_1 = N'_1 = P_1 - F$$

Do đó :

$$AC = \frac{\left(T - \frac{P_2}{2}\right)AB}{P_1 - F} = \frac{\left(F - \frac{P_2}{2}\right)AB}{P_1 - F} = 0{,}25m$$

24.9 a) * $P = mg = 200N$

* $\vec{P} + \vec{N}_A + \vec{N}_B + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$

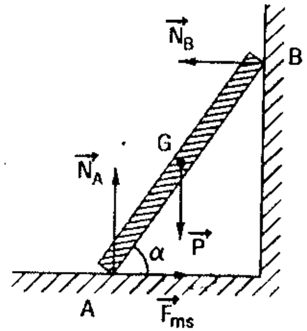
$\Rightarrow N_A = P = 200N;\ F_{ms} = N_B$

* Xét trục quay qua A :

$\mathcal{M}_{\vec{P}} = \mathcal{M}_{\vec{N}_B} \Rightarrow P\,.\dfrac{AB}{2}\cos\alpha =$

$= N_B\,.\,AB\,.\sin\alpha$

$\Rightarrow N_B = F_{ms} = \dfrac{P}{2} = 100N$

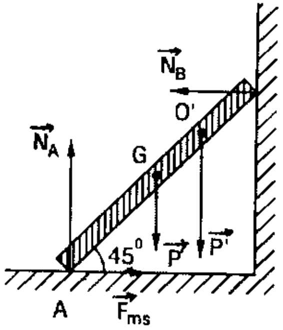


b) Điều kiện : $F_{ms} < k.N_A$. Theo lý luận ở câu a) (với α thay đổi) :

$$F_{ms} = N_B = \frac{P}{2tg\,\alpha} ;$$

$$N_A = P \Rightarrow tg\,\alpha > \frac{1}{2k} = \frac{1}{1{,}2} \Rightarrow \alpha > 40^o$$

c) O' : vị trí người khi thang *bắt đầu* trượt.



Ta có : $N_B = F_{ms} = kN_A$;

$$N_A = P + P' = 600N$$

$$\Rightarrow F_{ms} = 360N$$

Xét trục quay qua A :

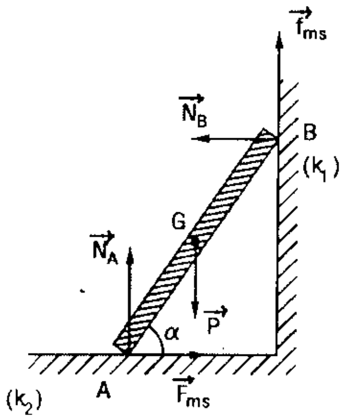
$$\mathcal{M}_{\vec{N}_B} = \mathcal{M}_{\vec{P}} + \mathcal{M}_{\vec{P}'}$$

$$\Rightarrow \quad N_B . AB\sin\alpha = P.\frac{AB}{2}.\cos\alpha + P'.AO'.\cos\alpha$$

$$OO' = \mathit{1{,}3m}$$

24.10 Giải tương tự bài 24.9

24.11



– Phải có :

$$F_{ms} \le k_2N_A \ ; \ f_{ms} \le k_1N_B$$

– Cân bằng không tịnh tiến cho :

$$\vec{P} + \vec{N}_A + \vec{N}_B + \vec{F}_{ms} + \vec{f}_{ms} = \vec{0}$$

$$N_B = F_{ms} ; \ f_{ms} = P - N_A$$

Do đó :

$$N_B \le k_2N_A ; \ P - N_A \le k_1N_B$$

– Cân bằng đối với trục quay qua B cho :

$$\mathcal{M}_{\vec{N}_A} = \mathcal{M}_{\vec{P}} + \mathcal{M}_{\vec{F}_{ms}}$$

$$\Rightarrow N_A.AB.\cos\alpha = P.\frac{AB}{2}\cos\alpha + F_{ms}.AB\sin\alpha$$

$$\Rightarrow P = 2N_A - 2F_{ms}.tg\alpha = 2N_A - 2N_Btg\,\alpha$$

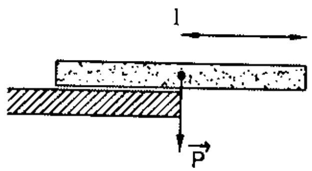
Vậy .

$$N_B \le k_2N_A ; \ N_A - 2N_Btg\,\alpha \le k_1N_B$$

$$\Rightarrow \quad N_A \le (k_1 + 2tg\,\alpha)N_B \le (k_1 + 2tg\,\alpha)k_2N_A$$

$$tg\,\alpha \ge \frac{1}{2k_2} - \frac{k_1}{2} \Rightarrow tg\,\alpha \ge 1 \Rightarrow \alpha_{min} = 45^o$$

25.5 Ta nhận thấy mặt chân đế của một tấm nào đó là diện tích *chập nhau* của nó và tấm bên dưới.

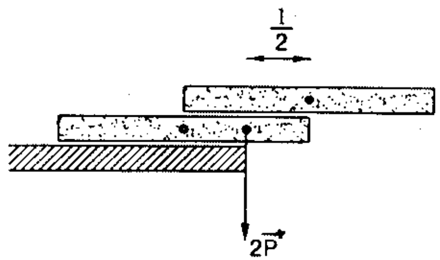


– Xét tấm *trên cùng*. Trọng tâm cách đầu mút nhô ra đoạn l.

Theo điều kiện cân bằng, suy ra phần nhô ra là : $l = \frac{l}{1}$

– Xét hai tấm trên cùng cân bằng theo điều kiện của đề.

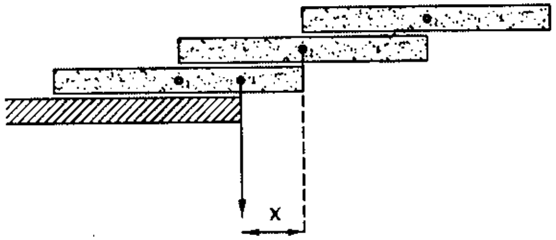
Trọng tâm chung của hai tấm (1) và (2) cách đầu mút nhô ra của tấm thứ hai đoạn $\frac{l}{2}$.



⇒ Phần nhô ra của tấm thứ hai là : $\frac{l}{2}$

– Xét ba tấm trên cùng cân bằng theo điều kiện của đề

Phần nhô ra của tấm thứ ba là x xác định bởi :



$$P(l - x) = 2Px$$

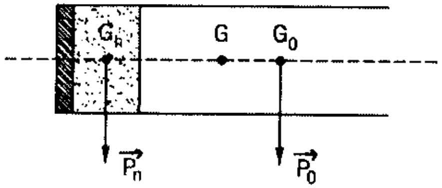
$$\Rightarrow \quad x = \frac{l}{3}$$

Tổng quát, phần nhô ra của tấm thứ i là x_i xác định bởi :

$$P(l - x_i) = (i - 1)\,Px_i$$

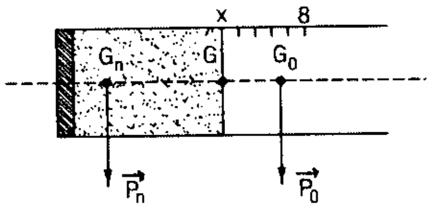
$$\Rightarrow \quad x_i = \frac{l}{i}$$

25.6 – Đổ thêm một lớp nước mỏng. Tưởng tượng có thể giữ nguyên hình dạng lớp nước để đặt ngang cốc nước.



Áp dụng qui tắc hợp lực song song ⇒ Trọng tâm của hệ là $G \in G_0G_n$ ⇒ G ở *thấp hơn* G_0 ⇒ cân bằng bền hơn.

– Trọng tâm của G có vị trí *thấp nhất* khi G nằm trên mặt thoáng của cột nước đổ vào.



$$GG_n \,.\, P_n = GG_0 \,.\, P_0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{2} \,.\, 20x = (8 - x)\,.\,180$$

$$\Rightarrow \quad x^2 + 18x - 144 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x = 6$$

CHÚ THÍCH : Có thể giải theo cách khác như sau :

Đổ thêm lớp nước có độ cao x vạch. Trọng tâm của hệ xác định bởi :

$$\frac{GG_n}{GG_0} = \frac{180}{20x} = \frac{9}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{GG_n}{9} = \frac{GG_0}{x} = \frac{G_nG_0}{x+9} = \frac{8 - \frac{x}{2}}{x+9} = \frac{16 - x}{2x + 18}$$

$$G_0G = \frac{16x - x^2}{2x + 18} = 2 - \frac{(x-6)^2}{2x+18} \leq 2$$

G thấp nhất khi G_0G *lớn nhất* ⇒ $G_0G = 2$

⇒ $x = 6$

PHỤ LỤC

THUẬT NGỮ VIỆT - ANH
(Vietnamese - English Terminology)

– Áp suất : Pressure
Ẩn số : Variable : unknown

– Bán kính : Radius
Bán kính vectơ : Radius vector (position vector)
Biến dạng : Deformation
Biên độ : Amplitude
Biến số : Variable
Biến đổi đều : Uniformly varied
Biến đổi không đều : Non-uniformly varied

– Cân bằng : Equilibrium; to balance
Cân bằng bền : Stable equilibrium
Cân bằng không bền : Unstable equilibrium
Cân bằng phiếm định : Indifferent (neutral) equilibrium
Chuyển động : Motion
Chuyển động cơ học : Mechanical motion
Chuyển động cong : Curvilinear motion
Chuyển động đều : Uniform motion
Chuyển động không đều : Non-uniform (varied) motion
Chuyển động quay : Rotational motion
Chuyển động tịnh tiến : Translational motion
Chuyển động thẳng : Rectilinear motion
Chất điểm : Point mass
Chậm dần đều : Uniformly decelerated (retarded)
Chính xác : Accurate
Chữ số có nghĩa : Significant digit
Chu kì : Period

Công : Work
Công có ích : Useful work
Công cản (công âm) : Negative work
Công động (công dương) : Positive work
Công của lực đàn hồi : Work done by elastic force
Công của lực ma sát : Work done by frictional force
Công của trọng lực : Work done by gravity
Công suất : Power
Công toàn phần : Total work
Cộng : Addition; to add
Cộng vận tốc : Velocity addition
Cộng vectơ : Vector addition
Cơ học : Mechanics
Cơ học chất điểm : Point mass (particle) mechanics
Cơ học Newton : Newtonian mechanics
Cơ học cổ điển : Classical mechanics
Cơ học lượng tử : Quantum mechanics
Cung tròn : Arc of circle

– Đại lượng : Quantity
Đại lượng hữu hướng : Vector quantity
Đại lượng vật lí : Physical quantity
Đại lượng vô hướng : Scalar quantity
Đại lượng về góc : Angular quantity
Định luật : Law
Định luật I Newton : First Newton's law
Định luật II Newton : Second Newton's law
Định luật III Newton : Third Newton's law
Định luật bảo toàn động lượng : Law of conservation of momentum
Định luật bảo toàn công : Law of conservation of work

Định luật bảo toàn năng lượng : Law of conservation of energy
Định luật Húc : Hooke's law
Định luật vạn vật hấp dẫn : Law of universal attraction
Định lí : Theorem
Định lí Pi-ta-go : Pythagora's theorem
Điều kiện đầu : Initial conditions (initial values)
Đo lường học : Metrology
Độ cao cực đại : Maximum height
Độ chính xác : Accuracy
Độ dời : Displacement
Độ dốc : Slope
Độ lớn : Magnitude
Đồ thị : Graph
Đồ thị của y theo x : Graph of y versus x
Đồ thị của s theo t : Graph of s versus t
Đồ thị của v theo t : Graph of v versus t
Động học : Kinematics
Động lực học : Dynamics
Động cơ : Engine
Động lượng : Momentum
Động năng : Kinetic energy
Đơn vị : Unit
Đơn vị cơ bản : Basic units
Đơn vị dẫn xuất : Derived units
Đường thẳng : Straight line
Đường cong : Curve
Đường kính : Diameter
Đường nghiêng về một bên : Banked road
Đường vòng : Curved road

– Gia tốc : Acceleration
Gia tốc góc : Angular acceleration
Gia tốc hướng tâm : Centripetal acceleration
Gia tốc tiếp tuyến : Tangential acceleration
Gia tốc trung bình : Average acceleration
Gia tốc tức thời : Instantaneous acceleration
Giá của lực : Line of action (of a force)
Giải : Solve
Giải bằng phép cộng : Solving by addition
Giải bằng phép thế : Solving by substitution
Gốc : Origin

– Hàm (số) : Function
Hàm bậc nhất : First-degree function
Hàm bậc hai : Second-degree (quadratic) function
Hàm mũ : Exponential function
Hàm tuyến tính : Linear function
Hằng số hấp dẫn : Constant of universal attraction
Hệ số đàn hồi : Coefficient of elasticity
Hệ số ma sát : Coefficient of friction
Hệ kín : Closed system
Hệ phương trình : System of equations
Hệ quy chiếu : System of reference
Hệ quy chiếu quán tính : Inertial system of reference
Hệ quy chiếu không quán tính : Non-inertial system of reference
Hệ thức độc lập với thời gian : Time-independent relation
Hiệu suất : Efficiency
Hình chiếu : Projection
Hoành độ : Abscissa
Hợp lực : Resultant force

- Hộp số : Gear-box
- Hướng : Direction
- Hướng tâm : Centripetal
- Khối lượng : Mass
- Khối lượng riêng : Specific mass
- Khối tâm : Center of mass
- Lò xo : Spring
- Lực : Force
- Lực cản : Force of resistance
- Lực đàn hồi : Elastic force
- Lực hấp dẫn : Gravitational force
- Lực hãm : Braking force (decelerative or retarding force)
- Lực hướng tâm : Centripetal force
- Lực kế : Spring balance
- Lực li tâm : Centrifugal force
- Lực quán tính : Inertial force
- Lực tổng hợp : Resultant force
- Lực tương tác : Force of interaction
- Lực thành phần : Component force
- Lực trực đối : Equal and opposite forces
- Ma sát : Friction
- Ma sát nghỉ : Static friction
- Ma sát trượt : Sliding friction (kinetic friction)
- Ma sát lăn : Rolling friction
- Mặt phẳng nghiêng : Inclined plane
- Momen lực : Torque; moment of force
- Ngẫu lực : Force couple
- Ngoại lực : External force
- Nguyên lí : Principle

- Nghịch đảo : Reciprocal (multiplicative inverse)
- Ngoại suy : Extrapolation
- Ngọn : Head
- Nhanh dần đều : Uniformly accelerated
- Phản lực : Reactive force; reaction
- Phương trình : Equation
- Phương trình bậc nhất : First-degree equation
- Phương trình bậc hai : Second-degree equation (quadratic equation)
- Phương trình chuyển động : Equation of motion
- Phương trình vận tốc : Velocity equation
- Quán tính : Inertia
- Quay : Rotate; Revolve
- Quy tắc : Rule
- Quy tắc hợp lực đồng quy : Rule of the composition of concurrent forces
- Quy tắc hợp lực song song : Rule of the composition of parallel forces
- Quỹ đạo : Orbit; path
- Rơi : Fall
- Rơi tự do : Free fall
- Tầm xa : Range
- Tên lửa : Rocket
- Tỉ lệ thuận với : Directly proportional to
- Tỉ lệ nghịch với : Inversely proportional to
- Tĩnh học : Statics
- Tịnh tiến : Translation
- Thời điểm : Instant
- Tính tương đối : Relativity
- Tiếp tuyến : Tangent

Tọa độ	:	Coordinates
Tọa độ cong	:	Curvilinear coordinates
Tọa độ góc	:	Angular coordinates
Tung độ	:	Ordinate
Trọng tâm	:	Center of gravity
Tương tác	:	Interaction
Vận tốc	:	Velocity
Vận tốc góc	:	Angular velocity
Vận tốc tức thời	:	Instantaneous velocity
Vận tốc trung bình	:	Average velocity
Vật	:	Body
Vật rắn	:	Rigid body
Vật tự do	:	Free body
Vectơ	:	Vector
Vectơ-tổng	:	Vector-sum
Vectơ-hiệu	:	Vector-difference
Vectơ đối của $\vec{V}$	:	Negative of vector $\vec{V}$
Vectơ vận tốc	:	Vector-velocity
Vệ tinh	:	Satellite
Vi mô	:	Microscopic
Vĩ mô	:	Macroscopic

MỤC LỤC

Trang